



Research Paper No. 12

Balance of Payments
Division

**Measurement of
Foreign Portfolio
Investment in
Canadian Bonds**

by Lucie Laliberté and
Réjean Tremblay



Travail de recherche N° 12

Division de la balance
des paiements

**La mesure des
placements de
portefeuille étrangers
en obligations
canadiennes**

par Lucie Laliberté et
Réjean Tremblay



Statistics
Canada

Statistique
Canada

Canada

Balance of Payments Division

Division de la balance des paiements

Measurement of Foreign Portfolio Investment in Canadian Bonds

La mesure des placements de portefeuille étrangers en obligations canadiennes

by Lucie Laliberté and Réjean Tremblay

par Lucie Laliberté et Réjean Tremblay

as published in Canada's Balance of International Payments First Quarter 1996
(Cat. no. 67-001-XPB)

tel que publié dans la Balance des paiements internationaux du Canada premier trimestre 1996
(n° 67-001-XPB au cat.)

Abstract

At the end of 1995, foreign investors held as much as 40% of all Canadian bonds outstanding. Hence, the importance of adequate and consistent statistics on these series. This is done with a processing system which takes into account the detailed characteristics of each bond.

The processing system is described in two documents. The first deals with the conceptual and accounting framework while the second focuses on the mathematical foundations of the procedures used in the system. Are reviewed prices used to value bonds; methods to calculate income; transactions in Canadian bonds with non-resident and the reconciliation with positions outstanding; and the calculation of commissions.

Sommaire

À la fin de 1995, les investisseurs étrangers détenaient une part substantielle, soit 40% de toutes les obligations canadiennes en cours, d'où l'importance de maintenir des statistiques adéquates et cohérentes sur ces séries. Ceci est réalisé à partir d'un système de traitement qui tient compte des caractéristiques détaillées de chacune des obligations détenues par les étrangers.

Ce système est décrit dans deux documents, le premier portant sur les aspects conceptuels et comptables et le deuxième sur les aspects mathématiques du système. Sont revus les différents prix pour évaluer les obligations; les méthodes pour calculer les revenus; les transactions de capital en obligations canadiennes avec les non-résidents et le rapprochement avec les montants en cours; et le calcul des commissions.

More recent update of data quoted in this article can be found in the publication "Canada's international investment position" catalogue no. 67-202-XPB.

Les mises à jour des données citées dans cet article se retrouvent dans la publication "Bilan des investissements internationaux du Canada" numéro 67-202-XPB au catalogue.

Telephone/Téléphone: (613) 951-9055 or/ou (613) 951-1856

Email Address / Courrier électronique:
LALILUC@STATCAN.CAN.CA
TREMREJ@STATCAN.CAN.CA

Fax / Télécopieur: (613) 951-9031

I. MEASUREMENT OF FOREIGN PORTFOLIO INVESTMENT IN CANADIAN BONDS

by Lucie Laliberté¹

INTRODUCTION

Non-residents have been sharply increasing their investment in Canadian bonds since the eighties. By 1995, these holdings amounted to \$330 billion or almost 40% of all Canadian bonds outstanding. The interest they earned on these holdings (\$25 billion in 1995) continued to be the driving force behind Canada's Current Account deficit.

With the magnitude and the wide diversity of Canadian bonds held by non-residents, it is important that adequate and consistent statistics be maintained on these series. This is facilitated in Canada by using a detailed and complex statistical system² to process these series.

In a nutshell, the Canadian system uses various detailed characteristics on each specific bond to generate statistics which are integrated in Canada's Balance of payments and International Investment Position. This document reviews how these statistics are generated. A first part describes the various prices which are used to value bonds, notably the value used to measure foreign holdings of Canadian bonds outstanding at the end of a period. The next part describes methods which can be used to calculate income to non-residents (Canada accrues the expense income of the Canadian issuer). A third part covers capital transactions with non-residents in Canadian bonds. Next reviewed is the reconciliation between the capital transactions and the positions outstanding. A final part describes the commissions earned by and paid to non-residents on trading Canadian bonds.

I. LA MESURE DES PLACEMENTS DE PORTEFEUILLE ÉTRANGERS EN OBLIGATIONS CANADIENNES

par Lucie Laliberté¹

INTRODUCTION

Depuis les années 80, la valeur des placements étrangers dans des obligations canadiennes a fortement augmenté. En 1995, la valeur de ces avoirs s'élevait à 330 milliards de dollars, soit presque 40 % de la totalité des obligations canadiennes en circulation. Le revenu en intérêts que ces non-résidents tirent de leurs avoirs en obligations canadiennes (25 milliards de dollars en 1995) demeure le principal poste du déficit du compte courant du Canada.

Compte tenu de l'ampleur de la somme en cause et de l'importante diversité d'obligations canadiennes détenues par des non-résidents, il est important que des statistiques suffisantes et uniformes soient tenues sur ces émissions. Au Canada, ce processus est facilité par le recours à un système statistique détaillé et complexe² qui assure le traitement des données relatives à ces émissions.

En quelques mots, mentionnons que le système canadien fait appel à différentes caractéristiques détaillées de chaque obligation pour générer des statistiques qui sont intégrées à la balance des paiements et à la position d'investissements internationaux du Canada. Dans le présent document, nous nous proposons d'examiner comment ces statistiques sont générées. Dans la première partie, nous décrivons les différents prix qui sont utilisés pour évaluer les obligations, notamment la valeur utilisée pour mesurer les avoirs étrangers en obligations canadiennes en circulation à la fin d'une période donnée. La partie suivante décrit les méthodes auxquelles on peut avoir recours pour calculer les revenus versés aux non-résidents (le Canada inscrit en charges les dépenses de revenu assumées par l'émetteur canadien). La troisième partie du présent document porte sur les opérations en capital auxquelles des non-résidents sont partie et qui ont pour objet des obligations canadiennes. Nous nous pencherons ensuite sur le rapprochement entre les opérations en capital et les positions en circulation. Finalement, dans la dernière partie du présent document, nous décrivons quelles sont les commissions gagnées et payées aux non-résidents du fait des opérations sur obligations canadiennes.

¹ Director of the Balance of Payments Division.

² The system is being currently redesigned to increase its functionality.

¹ Directrice de la division de la Balance des paiements.

² Le système fait actuellement l'objet d'un processus de redéveloppement afin d'accroître sa fonctionnalité.

The statistics described in the aforementioned parts can be generated because of the very detailed characteristics on Canadian bonds which are maintained in the system. Each Canadian issuer is identified by name, sector (federal government, private company, etc.), industrial classification; each bond held abroad is listed with the dates of issue and of maturity, the currency of issue, the interest rate, the timing of payments of interest, etc.; and foreign holders are identified on the basis of their respective country of residence, when available, or at least by broad geographical area and whether or not they are related to the Canadian issuers.

1. BOND PRICING

From the time a bond is issued through to the time it is redeemed, its price fluctuates largely as a result of movements in interest rates in the market. In the Canadian statistical system, four prices are maintained: issue prices, maturity prices, book value of the issuer and market prices at year-ends. Each of these prices is in turn used to derive related statistics. For example, the prices on new issues are used to derive capital flows on new issues while maturity prices are used to generate retirements. Both new issue and retirement prices are used to assist in compiling yields on a bond. The book value of the issuer is currently used to value the amounts outstanding on bonds and work is underway to value bonds outstanding at market prices.

1.1 Issue prices

The issue price represents the proceeds received by the issuer when issuing the bond. At the time of issue, the bonds are generally priced at the prevailing market price. This market price is in turn equivalent to the present value of the stream of future payments, that is the coupons and capital discounted at the market interest rate.¹ If the coupon rate is set equivalent to the prevailing interest rate, the issue price will be the same as the maturity price. If the coupon rate is different from the prevailing interest rate, the issue will be priced at discount or premium from the maturity price.

¹ For an illustration please refer to Appendix 1.

Les statistiques décrites dans les parties susmentionnées peuvent être générées grâce aux données très détaillées sur les obligations canadiennes qui sont tenues dans le système. Chaque émetteur canadien y est identifié par son nom, son secteur d'activités (gouvernement fédéral, entreprise privée, etc.) et sa catégorie dans la classification des industries. En outre, chaque obligation détenue à l'étranger y figure accompagnée de sa date d'émission et de sa date d'échéance, de la devise dans laquelle elle a été émise, du taux d'intérêt, du calendrier de paiement des intérêts, etc. De plus, les détenteurs étrangers sont identifiés en fonction de leurs pays de résidence respectifs, le cas échéant, ou en fonction de la région du monde où ils résident et selon qu'ils sont ou non apparentés aux émetteurs canadiens.

1. ÉTABLISSEMENT DU PRIX DES OBLIGATIONS

Entre le moment où une obligation est émise et le moment où elle vient à échéance, son prix varie beaucoup à la faveur des fluctuations des taux d'intérêt sur le marché. Dans le système statistique canadien, quatre valeurs sont prises en considération : le prix d'émission, la valeur à l'échéance, la valeur comptable pour l'émetteur et les cours du marché en fin d'exercice. De chacune de ces valeurs, on obtient ensuite des statistiques connexes par dérivation. Ainsi, les prix des nouvelles émissions permettent d'obtenir par dérivation les flux de capitaux générés par les nouvelles émissions tandis que les valeurs à l'échéance servent à générer des statistiques sur les rachats. Les prix des nouvelles émissions et les valeurs de rachat à l'échéance contribuent conjointement à la compilation du rendement d'une obligation donnée. La valeur comptable pour l'émetteur sert à évaluer le montant global des obligations en circulation et on travaille actuellement à l'élaboration d'une méthode d'évaluation au cours du marché des obligations en circulation.

1.1 Prix d'émission

Le prix d'émission représente le produit encaissé par l'émetteur au moment de l'émission de l'obligation. Au moment de l'émission, le prix des obligations est en général celui du cours du marché à ce moment. Le cours du marché est lui-même équivalent à la valeur actuelle de la suite de paiements à venir, soit la somme des coupons et du capital actualisée au taux d'intérêt du marché¹. Si le taux nominal du coupon est fixé au même niveau que celui des taux d'intérêt en vigueur, le prix de l'émission est équivalent à la valeur à l'échéance. Si le taux nominal du coupon est différent du taux en vigueur, le prix de l'émission sera établi à escompte ou à prime par rapport à la valeur à l'échéance.

¹ Pour une illustration prière de se reporter à l'annexe 1.

In general, a bond is issued at a given date and, hence, has one issue price. There are, however, bonds, especially Government of Canada bonds, which are issued in tranches over a period of time. Each tranche has the same maturity date and coupon rate of an existing issue, but the issue price of tranche varies according to the interest rates prevailing at the time the tranches were issued. Hence, each of these bonds has as many issue prices as there are tranches.

En règle générale, une émission d'obligations survient à une date donnée et, par conséquent, il n'y a qu'un seul prix d'émission. Il arrive cependant que certaines obligations, particulièrement les obligations du gouvernement du Canada, soient émises en plusieurs tranches étalées sur une certaine période. Chaque tranche comporte la même date d'échéance et le même taux d'intérêt que celle d'une émission existante, mais le prix d'émission de chaque tranche varie en fonction des taux d'intérêt en vigueur au moment où elle est émise. Par conséquent, pour ces obligations, il existe autant de prix d'émission qu'on compte de tranches.

1.2 Maturity prices

The maturity price¹ is the amount the issuer will pay the holder at the date of redemption of the bond. As mentioned previously, it is the future value of the principal after the coupons have been paid out.² The maturity price of a bond is the same as the market price which will prevail on that bond at the date of its maturity. In other words, the maturity values for the total of bonds outstanding are the summation of the market values at the various dates maturity of each of these bonds.

1.2 Valeur à l'échéance

La valeur à l'échéance¹ est le montant que l'émetteur paie au détenteur de l'obligation à la date de son échéance. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la valeur à l'échéance correspond à la valeur future du principal de l'obligation après paiement des coupons². La valeur à l'échéance d'une obligation est donc équivalente au cours du marché de cette obligation à la date de son échéance. En d'autres termes, la valeur à l'échéance du total des obligations en circulation est égale à la sommation des cours du marché aux différentes dates d'échéance de chacune de ces obligations.

1.3 Book value price of the Canadian bond issuer

Book value tracks the cost plus the income accrued but not paid out. The book value can be calculated from different viewpoints. From the point of view of the *issuer* of a bond, the book value is the issue price plus the income accrued but not yet paid out. From the viewpoint of the *holders* of the bond, the book value consists of the acquisition cost plus the income earned but not yet received. Reflecting that the holders of Canadian bonds may have bought their bonds at various prices, there will be as many book values for the holders as there are prices and times at which the bonds were bought.

1.3 Valeur comptable pour l'émetteur d'obligations canadien

La valeur comptable représente le coût de l'obligation plus le revenu accumulé, mais non payé. La valeur comptable peut être établie suivant différentes perspectives. Du point de vue de l'*émetteur* d'une obligation, la valeur comptable est le prix d'émission plus le revenu accumulé qui n'a pas encore été payé. Du point de vue du *détenteur* de l'obligation, la valeur comptable est constituée du coût d'acquisition plus le revenu gagné, mais non encore perçu. Puisque les détenteurs d'obligations canadiennes peuvent avoir acheté leurs obligations à des prix différents, il existe autant de valeurs comptables pour les détenteurs qu'il y a eu de prix d'achats d'obligations à diverses périodes.

In the Canadian statistical system, only the book value of the issuer is maintained. This book value is

Dans le cadre du système statistique canadien, seule la valeur comptable pour l'émetteur est prise en compte.

^{1.} Often referred to as *par, face, principal and redemption value*.

^{1.} Souvent désignée par l'expression «*valeur au pair*», «*valeur nominale*», «*valeur du capital*» ou «*valeur de rachat*».

^{2.} Please refer to Appendix 1 for an illustration.

^{2.} Veuillez vous reporter à l'annexe 1 pour une illustration.

made up of the issue price plus the income expensed but not paid out by the issuer. The income expense is calculated as the accrual of the coupon plus the accrual of the difference between the issue price and the maturity price. Hence, at any given time, the book value of the issuer is made up of three parts: the issue price, the coupon accrued by not yet paid out and the amortization of the discount/premium, if any, between the issue and the maturity prices. This book value is currently used to value all Canadian bonds outstanding in Canada's International Investment Position. This method of income calculation follows the debtor principle in that it calculates the investment income expense of the debtor (as opposed to the income earned by the foreign creditor). For more details on possible income calculations, please refer to section 2 on income.

Cette valeur comptable représente le prix d'émission plus le revenu inscrit en charges qui n'a pas encore été versé. Les dépenses de revenu sont calculées en additionnant les charges à payer sur le coupon plus les charges à payer sur la différence entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. Par conséquent, à tout moment donné, la valeur comptable pour l'émetteur est constituée de trois éléments : le prix d'émission, les charges à payer sur le coupon et l'amortissement de la différence positive ou négative, le cas échéant, entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. Cette valeur comptable est actuellement utilisée pour évaluer le montant global des obligations canadiennes en circulation, soit la position d'investissements internationaux du Canada. Cette méthode de calcul des revenus est conforme au principe du débiteur, puisqu'elle tient compte des dépenses en revenu de placement du débiteur (par opposition au revenu gagné par le créancier étranger). Pour plus de détails sur les méthodes possibles de calcul du revenu, veuillez vous reporter à la section 2 sur le revenu.

1.4 Market prices

1.4 Cours du marché

1.4.1 Description of market prices

1.4.1 Description des cours du marché

The market price is the price which would be used to sell or acquire a bond at a given time. Throughout its lifetime, a bond will have many market prices depending upon the time at which the value is taken. For instance, the issue price is, in most cases, the market price which prevailed at the time the bond was issued and the maturity price is the market price which prevails at the time the bond matures.

Le cours du marché est le prix auquel serait vendue ou achetée une obligation à un moment donné dans le temps. Pendant toute la durée d'une obligation, le cours du marché de celle-ci variera en fonction du moment auquel sa valeur est établie. Ainsi, le prix d'émission est, dans la plupart des cas, le cours du marché qui prévalait au moment où l'obligation a été émise et la valeur à l'échéance est le cours du marché qui prévaut au moment où l'obligation vient à échéance.

When valuing several bonds, such as when measuring positions at a given time, it is extremely important to use a common yardstick, that is to use prices which are comparable. A prevalent and misleading measure in valuing positions outstanding consists in adding the maturity (or par) values of bonds. Such valuation ignores completely the time value of money, a major factor in valuing bonds. For example, a 10% bond with a par value of \$100 due in the year 1997 will have a significantly different price than a similar bond due in the year 2025; the differences are even more accentuated with deep discount bonds. While not perfect, a more appealing value consists in using the prices of bonds which prevailed in the market for the period at which the measurement applies. This measure, which is referred to as the market price valuation, has been adopted internationally as the standard in national accounting to value positions outstanding at a given

Lorsqu'on évalue plusieurs obligations, comme lorsqu'on mesure les positions à un moment donné, il est extrêmement important d'avoir recours à un étalon commun, c'est-à-dire d'utiliser des valeurs qui sont comparables. La méthode consistant à évaluer les positions en circulation en additionnant la valeur à l'échéance (ou valeur nominale) des obligations en circulation est répandue, mais elle est trompeuse. Cette méthode d'évaluation ne tient aucunement compte de la valeur-temps de l'argent, un facteur important dans l'évaluation des obligations. Ainsi, la valeur d'une obligation affichant un taux de 10 %, une valeur nominale de 100 \$ et venant à échéance en 1997 sera considérablement différente de celle d'une obligation similaire venant à échéance en 2025. Cette différence est encore plus marquée dans le cas des obligations à fort escompte. Bien qu'elle ne soit pas parfaite, une méthode plus intéressante d'évaluation consiste à utiliser le cours du marché des obligations qui prévalait au moment où la

time. Its main advantage is that it uses prices which are comparable at a given time. This advantage outweighs some shortcomings inherent in market price valuation, such as valuing the entire stock of bonds with a marginal price, that is the market price at which the last transaction occurred, or would occur if there was a transaction. Obviously, if all bonds were sold or redeemed at once, the market price would drop drastically. It is unlikely that all bonds are to be sold or redeemed at once and the market price valuation remains an appealing yardstick. Although not yet incorporated in Canada's official series, plans are to publish the market price valuation of bonds in the near future.

mesure a été prise. Cette mesure, que l'on désigne par l'expression «évaluation au cours du marché», a été adoptée à l'échelle internationale comme la norme de comptabilité nationale pour évaluer les positions en circulation à un point donné dans le temps. Son principal avantage réside dans le fait qu'elle utilise des valeurs qui sont comparables à un point donné dans le temps. Cet avantage de l'évaluation au cours du marché l'emporte sur certaines de ses lacunes, notamment la nécessité d'évaluer l'ensemble des obligations à un prix marginal, soit, le cours du marché de la dernière transaction survenue ou le cours qui surviendrait si une transaction avait lieu au moment de la mesure. De toute évidence, si toutes les obligations étaient vendues ou rachetées simultanément, le cours du marché connaîtrait une baisse draconienne. Il est peu probable que toutes les obligations soient vendues ou rachetées simultanément et l'évaluation au cours du marché demeure une mesure étalon attrayante. Bien qu'elle ne soit pas encore intégrée aux séries officielles du Canada, des plans sont en cours d'élaboration en vue de publier l'évaluation au cours du marché des obligations dans un proche avenir.

1.4.2 Derivation of market prices

In the Canadian system, the market prices are either observed from bond trading survey in the month preceding the valuation, or calculated. To the extent that bonds are traded with non-residents in the month preceding the period of valuation, such as December trading for December-end valuation, the average price on such trading is used as the proxy for market prices on the bonds traded.

For bonds whose market price are not readily available, the system devises a market price using as proxy the present value of all the future stream of payments of the bond:

$$\text{Present value/Valeur actuelle} = \sum_{t=1}^N \frac{C}{(1+i)^t} + \frac{M}{(1+i)^N}$$

where C is the coupon rate times the maturity value i.e. coupon interest for the year

N is the number of years left to maturity

1.4.2 Établissement des cours du marché par dérivation

Dans le cadre du système canadien, les cours du marché sont constatés à la suite d'une enquête sur les opérations sur obligations pendant le mois précédant l'évaluation, ou encore, ils sont calculés. Dans la mesure où des obligations font l'objet d'opérations avec les non-résidents au cours du mois visé par l'évaluation, (par exemple, si des opérations sont survenues en décembre pour l'évaluation de la fin du mois de décembre), le cours moyen de ces opérations sert d'approximation pour établir les cours du marché des obligations négociées.

Pour les obligations dont le cours du marché n'est pas aisément obtainable, le système établit un cours du marché en utilisant comme approximation la valeur actuelle de toutes les suites de paiements à venir issus de l'obligation :

où C est le taux d'intérêt nominal multiplié par la valeur à l'échéance, c'est-à-dire l'intérêt du coupon pour l'année;

N est le nombre d'années avant l'échéance de l'obligation;

M is the maturity value

M est la valeur à l'échéance;

i is the market yield of the bond

i est le rendement du marché de l'obligation.

The coupon rate (C), the number of years left to maturity (N) and the maturity value (M) are readily available from the characteristics of the bond. The market yield (i) of the bond is the most difficult component to obtain as it embodies the credit risk of the issuer as well as the credit conditions in the financial markets at the time the valuation is conducted. On the basis of a complex mixture of market observations and derived data¹, the system generates yields for a broad range of bonds. Each bond is then assigned a yield which is incorporated into the above equation to carry out the present value calculation.

Le taux nominal (C), le nombre d'années avant l'échéance (N) et la valeur à l'échéance (M) sont des données qu'on peut se procurer facilement au sujet d'une obligation. Le rendement du marché (i) de l'obligation est l'élément le plus difficile à obtenir, car il découle en partie du risque de crédit que représente l'émetteur ainsi que des conditions de crédit sur les marchés financiers au moment où l'évaluation est effectuée. En s'appuyant sur une combinaison complexe d'observations du marché et de données dérivées¹, le système génère des rendements pour un large éventail d'obligations. On attribue ensuite à chaque obligation un rendement qui est intégré dans l'équation qui précède afin de procéder au calcul de la valeur actuelle.

While it factors in certain variables, the present value remains, however, only a proxy for market price since it ignores other pertinent variables². Among the variables taken into account, the calculation first reflects that the price of the security moves in an opposite direction to the change in interest rate (the market risk, also known as the interest risk); and that the higher the coupon rate, the less the price of the security will change. Second, the yield is selected to reflect some of the risk that the issuer may default (credit risk or default risk). Third, the yield is also selected to reflect to some extent the marketability (or liquidity risk) of the security, that is the ease at which a security can be sold at or near its true value³. The selection of the yield also takes into account some of the exchange rate risk by using the changes of interest rates in foreign markets for foreign currency denominated bonds.

Bien qu'elle tienne compte d'un certain nombre de variables, la valeur actuelle demeure, cependant, une simple approximation du cours du marché puisqu'elle ne tient pas compte d'autres variables pertinentes². Parmi les variables qui sont prises en considération, mentionnons que le calcul reflète d'abord le fait que le prix de l'obligation fluctue dans le sens opposé à celui des taux d'intérêt (le risque du marché, parfois aussi désigné par l'expression «risque de marché») et le fait que plus le taux nominal est élevé, moins le prix de la valeur mobilière aura tendance à fluctuer. Deuxièmement, le rendement est sélectionné de manière à tenir compte, dans une certaine mesure, du risque que l'émetteur se retrouve en défaut de paiement (risque de crédit ou risque de défaillance). Troisièmement, le rendement est également sélectionné de manière à tenir compte dans une certaine mesure de la négociabilité (ou risque d'illiquidité) de la valeur mobilière, soit la facilité avec laquelle une valeur mobilière peut être vendue à sa valeur véritable ou à un prix s'en approchant³. La sélection du rendement tient également compte dans une certaine mesure du risque de change en intégrant les fluctuations des taux d'intérêt sur les marchés étrangers pour les obligations libellées en monnaies étrangères.

The present value measurement ignores, however, other factors which are bound to affect the market price of specific bonds. First, it does not take into account the call risk, that is the risk that a bond may be retired prior to maturity. This risk is prevalent for

La mesure de la valeur actuelle ne tient pas compte toutefois d'autres variables qui influent nécessairement sur le cours du marché de certaines obligations. D'abord, il ne tient pas compte du risque de rachat anticipé, soit le risque qu'une obligation soit rachetée avant son échéance.

1. For a detailed application of the formula, please refer to B. Nichols, "The yield matrix for Canadian bonds in the Debt Inventory System", September 1995.

2. Please refer to Fabozzi, Frank J. and Fabozzi T. Dessa, "The Handbook of Fixed Income Securities."

3. Normally evidenced by the size of the spread between the bid price and the offer price quoted by the dealer.

1. Pour une application détaillée de la formule, veuillez consulter le document "The Yield Matrix for Canadian Bonds in the Debt Inventory System", de B. Nichols, septembre 1995.

2. Veuillez vous reporter à Fabozzi, Frank J. et Fabozzi T. Dessa, "The Handbook of Fixed Income Securities".

3. Ce facteur est normalement détectable par l'importance de l'écart entre le cours acheteur et le cours vendeur établis par le courtier.

sinking funds issues, issues with callable provisions as well as mortgage-backed securities¹. Second, it assumes that the coupon will be reinvested at the yield rate and, as such, ignores the reinvestment risk (also called the interest-to-interest risk). Third, it also ignores the yield-curve (or maturity risk) as some yields are obtained by assuming certain relationships among different maturities; if these relationships change, the various yields derived from these relationships are affected. Fourth, it also ignores the greater volatility in market prices for bonds with embedded options. Fifth, the calculation of market price does not take into account the inflation or purchasing power risk, which is the loss in purchasing power of coupon and principal flows in times of high inflation. Finally it does not take into account all risks attached to political or other events.

Ce risque est courant pour les émissions d'obligations à fonds d'amortissement, qui comportent des dispositions de rachat avant échéance, et est aussi courant pour les titres hypothécaires¹. Deuxièmement, cette mesure tient pour acquis que l'intérêt du coupon sera réinvesti au taux de rendement et comme tel, ne tient pas compte du «risque de réinvestissement» (également désigné par l'expression «risque d'intérêts sur l'intérêt»). Troisièmement, cette mesure ne tient pas compte non plus de la courbe de rendement (ou du risque d'asynchronisme des échéances), certains rendements étant calculés en tenant pour acquis certains liens entre différentes échéances. Or, si ces liens se modifient, les rendements dérivés de ces liens s'en trouvent modifiés. Quatrièmement, cette mesure ne tient pas compte de la plus grande volatilité des cours du marché pour les obligations comportant des options intégrées. Finalement, le calcul du cours du marché ne tient pas compte de tous les risques liés à la situation politique ou à d'autres événements.

2. INCOME FROM HOLDING BONDS

2. REVENU ISSU DE LA DÉTENTION D'OBLIGATIONS

2.1 Description of income

2.1 Description du revenu

Income from bonds can be calculated in a number of ways which represent variations of two main methods: the cash (*realized*) method or the accrual (*expected*) method. Under the cash method, income can be narrowly recognized only when coupons are cashed (Case 1); a broader type of cash income is to recognize the receipt of coupons as well as the difference between the cost and the selling prices (Case 2). Under the accrual method, a narrow type of income is to accrue only the coupons (Case 3); and a broader type consists in also accruing the fluctuations in the prices of bonds (Case 4). Cases 2 and 4 recognize as income the fluctuations in the price of the underlying bond on the basis that the price of bonds embodies expectations on future income.

Le revenu généré par des obligations peut être calculé suivant un certain nombre de méthodes qui constituent autant de variantes de deux grandes méthodes : la méthode de comptabilité de caisse (*revenu réalisé*) ou la méthode courue de comptabilité d'exercice (*revenu prévu*). En vertu de la méthode de comptabilité de caisse stricte, le revenu ne peut être comptabilisé que lorsque les coupons sont encaissés (cas 1); une méthode plus souple de comptabilité de caisse consiste à comptabiliser le produit des coupons ainsi que la différence entre le coût et le prix de vente (cas 2). En vertu de la méthode courue de comptabilité d'exercice, le revenu constaté se limite au calcul couru des coupons (cas 3) et une méthode plus permissive consiste à constater également le revenu issu des fluctuations dans les prix des obligations (cas 4). Dans les cas 2 et 4, on comptabilise comme un revenu les fluctuations du prix de l'obligation sous-jacente en s'appuyant sur la théorie selon laquelle le prix des obligations comporte des possibilités de revenu à venir.

¹. In case of mortgage-backed securities, this risk is called prepayment risk reflecting the fact that the owners may prepay or extend all or part of their mortgage.

¹. Dans le cas des titres hypothécaires, ce risque est plutôt désigné par l'expression «risque de remboursement anticipé» qui illustre le fait que les propriétaires peuvent payer leur hypothèque par anticipation ou prolonger la totalité ou une partie de leur hypothèque.

Cash (realized) Comptabilité de caisse (revenu réalisé)		Accrual (expected) Comptabilité d'exercice (revenu prévu)	
Coupon (Case 1 - cas 1)	Coupon and/et capital (Case 2 - cas 2)	Coupon (Case 3 - cas 3)	Coupon and/et capital (Case 4 - cas 4)

2.2 Calculation of income

Case 1- Cash coupon

Income is simply the product of the coupon rate and the maturity value and is recognized when paid out.¹ Under this method, zero-coupon bonds do not earn income.

Case 2- Cash coupon and realized capital gain/loss

The income is made up of the coupon when paid out; and the difference between the purchase (cost) and the selling prices when the bond is sold. Under this method, any capital gain/loss between the buying and selling prices is recognized as income.

Case 3- Accrued coupon

The income is made up of the accrual of the coupon with a corresponding interest payable entered in the Capital Account. Again, under this method, zero-coupon bonds do not earn income.

It should be noted that bonds bought in the secondary market at a date other than the coupon date contain an element of accrued interest. This accrued interest on the coupon is not income for the purchaser. It is the capitalized income already earned by the seller and received as capital from the purchaser in addition to the market price of the bond; the capitalized income will be returned to the new holder at the next coupon payment.

^{1.} Interest on bonds issued in North America and Japan is generally paid every six months while interest on bonds issued in Europe is generally paid annually.

2.2 Calcul du revenu

Cas 1- Comptabilité de caisse : coupon

Le revenu est simplement le produit de la multiplication entre le taux nominal d'intérêt et la valeur à l'échéance et il est comptabilisé au moment où l'argent est versé¹. En vertu de cette méthode, les obligations à coupon zéro ne rapportent pas de revenu.

Cas 2- Comptabilité de caisse : coupon et gain ou perte en capital réalisé

Le revenu est constitué des intérêts du coupon au moment où ils sont versés et de la différence entre le coût d'achat et le prix de vente réels de l'obligation. En vertu de cette méthode, tout gain ou toute perte en capital issu de la différence entre le prix d'achat et le prix de vente est comptabilisé comme un revenu.

Cas 3- Comptabilité d'exercice : coupon

Le revenu est constitué de l'intérêt à payer sur le coupon, et des intérêts correspondant à verser sont inscrits au compte de capital. En vertu de cette méthode, les obligations à coupon zéro ne rapportent pas non plus de revenu.

Il convient de signaler que les obligations achetées sur le marché secondaire à une date autre que la date du coupon contiennent un élément d'intérêts courus. Ces intérêts courus sur le coupon ne constituent pas un revenu pour l'acheteur. Ils représentent le revenu capitalisé déjà gagné par le vendeur et reçu sous forme de capital par l'acheteur en sus du cours du marché de l'obligation. Le revenu capitalisé est rendu au nouveau détenteur au paiement du coupon suivant.

^{1.} L'intérêt sur les obligations émises en Amérique du Nord et au Japon est généralement payé tous les six mois tandis que l'intérêt payé sur les obligations émises en Europe est généralement versé annuellement.

Case 4- Accrual of coupon and capital

The income is made up of the accrual of coupon (as in case 3) as well as of the amortization of the fluctuations in the price of the bond. Two cases of amortization are presented.

**Case 4A- Return of the foreign holder
(Amortization of the difference in market prices)**

The income is defined as the accrual of the coupon plus the amortization of the difference between the market prices at the beginning of the period and that at the end of the period. This income is referred as the return of the foreign holder because it shows how much foreign holders earn from the accrual of the coupons and from the fluctuations in market prices.

**Case 4B- Income expense of the domestic issuer¹
(Amortization between the issue price and the maturity price)**

The income is made up of the accruals of the coupon and of the difference, if any, between the issue price and the maturity price. When the issue price differs from the maturity price², the difference is effectively an income expense (positive for bonds issued at discount and negative for bonds issued at premium) for the issuer. The system amortizes that difference over the remaining life of the bond using the formula of internal rate of return. This difference is not, however, paid out/received until maturity. Therefore, the cumulated amortization is recorded as a payable in the Capital Account, payable will be paid out/reimbursed at maturity.

1. For a detailed presentation, please refer to Réjean Tremblay, "BP 2000, Calcul de positions et d'intérêt", Statistique Canada, 25 août 1995.

2. Extreme examples are zero coupon bonds as well as strip bonds. For ordinary bonds, the price will be at discount (premium) from the maturity value when the coupon rate is lower (higher) than the market interest rate. At the time of issue, the price is the same as the maturity value if the coupon rate is the same as the prevailing interest rate. (An example is provided in appendix 1).

Cas 4- Comptabilité d'exercice : coupon et capital

Le revenu est constitué de l'intérêt à payer sur le coupon (comme dans le cas 3) ainsi que de l'amortissement de la différence de prix issue des fluctuations du cours de l'obligation. Deux cas d'amortissement sont présentés ici.

**Cas 4A- Rendement du détenteur étranger
(Amortissement de la différence entre les cours du marché)**

Le revenu est défini comme le produit à recevoir sur le coupon plus l'amortissement de la différence entre le cours du marché au début et à la fin de la période. Ce revenu est désigné comme le rendement du détenteur étranger, car il représente la somme que le détenteur étranger tire de l'intérêt accumulé issu des coupons et des fluctuations du cours du marché.

**Cas 4B- Dépenses de revenu de l'émetteur national¹
(Amortissement de la différence entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance)**

Le revenu est constitué des intérêts à payer sur le coupon et de la différence, le cas échéant, entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. Lorsque le prix d'émission est différent de la valeur à l'échéance², cette différence constitue dans les faits une dépense de revenu (positive pour les obligations émises à escompte et négative pour les obligations émises à prime) pour l'émetteur. Le système amortit cette différence sur la durée restante de l'obligation au moyen de la formule du taux interne de rendement. Cette différence n'est toutefois pas payée ni reçue avant l'échéance du titre. Par conséquent, l'amortissement cumulé est reporté au compte de capital comme un compte débiteur, un compte qui sera payé ou remboursé à l'échéance.

1. Pour une présentation détaillée, veuillez vous reporter au document "BP 2000, Calcul de positions et d'intérêt", de Réjean Tremblay, Statistique Canada, 25 août 1995.

2. Les obligations à coupon zéro et les obligations à coupons détachés constituent des exemples de cas extrêmes à cet égard. Pour les obligations ordinaires, le prix sera à escompte (à prime) par rapport à la valeur à l'échéance si le taux nominal est moins élevé (plus élevé) que le taux d'intérêt du marché. Au moment de l'émission, le prix est le même que la valeur à l'échéance si le taux nominal est le même que le taux d'intérêt en vigueur. (Un exemple est donné à l'annexe 1.)

As noted earlier, there are bonds, especially Government of Canada bonds, which are issued as tranches of an existing issue. The different tranche prices will in turn affect the income accruing from the amortization of the difference between the issue and maturity prices. Hence, a bond with tranches will have several costs reflecting the various issue prices of the tranches.¹

The income incurred by the Canadian issuer is recorded in the Current Account of Canada's Balance of Payments. This income is calculated from the point of view of the issuer and, as such, is based on the debtor principle. The incorporation of such income in the Current Account ensures a full concordance with the expenses recognized by the Canadian issuers. As for foreign holders, their income under this method is made up of two components: a current income accruing from the issuer (entered in the Current Account); and a realized capital gain/loss arising from the difference of the market price and the book value of the bond (entered in the Capital Account) only if and when they sell their bonds.

3. CAPITAL TRANSACTIONS

Capital transactions can be broken down into four major types: new issues, retirements, trade in outstanding securities and amortization and changes in interest payable,

3.1 New issues

New issues with non-residents are restricted to newly issued Canadian bonds floated directly abroad that is foreign issues and the portion of global issues floated in the foreign markets. New issues include tranches floated directly in foreign markets at the time the borrowings occur. Foreign purchases of new Canadian bonds floated in the domestic market, including the domestic portion of global bonds, are classified as trade in outstanding issues.

^{1.} For the detailed calculation of the income and related book value arising from the tranches, please refer to Réjean Tremblay, *op. cit.*

Comme nous l'avons mentionné précédemment, il existe des émissions d'obligations, particulièrement celles du gouvernement du Canada, qui sont lancées progressivement par tranches. Les différences de prix d'une tranche à l'autre influent à leur tour sur le revenu à payer issu de l'amortissement de la différence entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. Par conséquent, une obligation émise par tranches comportera plusieurs coûts reflétant les prix d'émission des différentes tranches¹.

Les dépenses de revenu engagées par l'émetteur canadien sont inscrites dans le compte courant de la balance des paiements du Canada. Ce revenu est calculé du point de vue de l'émetteur et en tant que tel, il s'appuie sur le principe du débiteur. L'intégration de ce revenu dans le compte courant assure une correspondance totale des dépenses comptabilisées par les émetteurs canadiens. En ce qui concerne les détenteurs étrangers, le revenu calculé en vertu de cette méthode est constitué de deux éléments : un revenu courant provenant de l'émetteur (inscrit dans le compte courant) et un gain ou une perte en capital réalisé découlant de la différence entre le cours du marché et la valeur comptable de l'obligation (inscrite dans le compte de capital) au moment de la vente éventuelle des obligations.

3. OPÉRATIONS EN CAPITAL

Les opérations en capital peuvent être réparties en quatre grandes catégories : les nouvelles émissions, les rachats, le commerce des valeurs en circulation et l'amortissement et les modifications à l'intérêt à payer.

3.1 Nouvelles émissions

Les nouvelles émissions accessibles aux non-résidents se limitent aux obligations canadiennes nouvellement émises lancées directement à l'étranger, soit les émissions étrangères, et à la portion des émissions mondiales lancée sur les marchés étrangers. Les nouvelles émissions englobent aussi les tranches lancées directement sur les marchés étrangers au moment où les emprunts sont contractés. Les achats par des étrangers de nouvelles obligations canadiennes lancées sur le marché intérieur, y compris la portion intérieure d'une émission mondiale, sont répertoriés comme des opérations sur valeurs en circulation.

^{1.} Pour le calcul détaillé du revenu et de la valeur comptable connexe découlant de l'émission par tranches, veuillez vous reporter à Réjean Tremblay, *op. cit.*

New issues denominated in foreign currencies are entered in the system in original currencies and the system converts them in Canadian dollars using the noon average exchange rate of the month. When the Canadian dollar proceeds are known, this information is instead used to calculate new issues.

Les nouvelles émissions libellées en monnaies étrangères sont entrées dans le système dans la devise originale et le système les convertit en dollars canadiens au taux de change moyen à midi au cours du mois. Lorsque le produit en dollars canadiens est connu, cette donnée est plutôt utilisée pour calculer les nouvelles émissions.

3.2 Retirements

Retirements represent the amount of capital reimbursed by the issuer at the date of maturity of the bond. Retirements are generated automatically by the system at maturity. While there is generally one date of maturity, some bonds may have several maturity dates as the retirements are spread over time (e.g. sinking funds bond). For bonds issued in tranches, the system prorates the retirements according to the weight of the tranches¹.

3.2 Rachats

Les rachats représentent le montant du capital remboursé par l'émetteur à la date d'échéance de l'obligation. Les rachats sont générés automatiquement par le système à la date d'échéance. Bien qu'il n'y ait en règle générale qu'une seule date d'échéance, il arrive que certaines obligations comportent plusieurs dates d'échéance dans les cas où le rachat est étalé sur une certaine période (p. ex., obligations à fonds d'amortissement). Pour les obligations émises par tranches, le système calcule au prorata les rachats en fonction du poids relatif de chaque tranche¹.

Retirements of bonds in foreign currencies are converted in Canadian dollars at the monthly noon average rate in the month of retirement. Again, when the Canadian dollar proceeds are known, this information is used to calculate retirements.

Les rachats d'obligations libellées en monnaies étrangères sont convertis en dollars canadiens au taux de change moyen à midi au cours du mois du rachat. Dans ce cas également, lorsque le produit à recevoir en dollars canadiens est connu, cette donnée est utilisée pour calculer la valeur des rachats.

3.3 Outstanding bonds

After having been issued, bonds trade in the secondary market as outstanding securities. Trading involving residents and non-residents on Canadian bonds is largely on domestic issues, especially Government of Canada bonds. Three cases of trading require special treatment: bonds under repurchase agreements; bonds which have been stripped; and trading which is reported as aggregates instead of on a bond by bond basis by few security dealers.

3.3 Obligations en circulation

Après leur émission, les obligations se transigent sur le marché secondaire comme des valeurs en circulation. Les opérations sur obligations canadiennes entre résidents canadiens et non-résidents visent principalement les émissions intérieures, plus particulièrement les obligations du gouvernement du Canada. Trois genres d'opérations exigent un traitement spécial: les opérations sur des obligations visées par des conventions de rachat; les opérations sur obligations coupons détachés et les opérations sur obligations déclarées en bloc plutôt que sur une base individuelle par quelques courtiers en valeurs mobilières.

Bonds traded under repurchase agreements are effectively loan/borrowings where bonds are used as collateral. Hence, the trading in such bonds need to be reclassified as loan/borrowing. This can easily be done for those financial intermediaries who identify separately the trading involving repurchase agreements. For the others, the system matches, for

Les obligations négociées en vertu de conventions de rachat sont dans les faits des emprunts ou des prêts dans le cadre desquels les obligations servent de garantie. Par conséquent, les opérations sur les obligations de ce genre doivent être reclassifiées comme des emprunts ou des prêts. Dans le cas des intermédiaires financiers qui répertorient séparément les opérations sur les obligations

¹. Please refer to Réjean Tremblay, *op. cit.*

¹. Veuillez vous reporter à Réjean Tremblay, *op. cit.*

each financial intermediary, the sale and purchase of the same securities in a single month and treats such trading as repurchase agreements.

visées par des conventions de rachat, cela peut être fait facilement. Pour les autres, le système apparie, pour chaque intermédiaire financier, la vente et l'achat des mêmes valeurs au cours d'un mois donné et traite ces opérations comme des opérations sur obligations visées par des conventions de rachat.

Transactions involving bonds which have been stripped are processed as transactions in bonds issued by the original issuer but are not linked back to the issue which was striped.

Les opérations visant des obligations dont les coupons ont été détachés sont traitées comme des opérations sur obligations émises par l'émetteur original mais ces obligations ne sont pas reliées à l'obligation qui a été séparé.

"The strip or zero coupon bond first appeared in Canada in 1982. It is created by a dealer acquiring a block of existing high quality bond and then physically separating certain individual interest coupons from the underlying residue. These two units are then sold separately at significant discounts to their face value. The bond residue consist of principal plus undetached semi-annual interest coupons between the call date and the bond issue's maturity date. Holders of strip bond receive no interest payments. Instead, the bonds are purchased at a discount at a price that will result in a certain compounded rate of return.¹"

"Les obligations coupons détachés ou obligations à coupon zéro ont été lancées sur le marché canadien en 1982. Ce titre est créé lorsqu'un courtier achète un bloc d'obligations de premier ordre (...) et qu'il sépare un certain nombre de coupons d'intérêt du certificat. Les deux parties sont alors négociées séparément, très au-dessous du pair, comme suit : (...) l'obligation coupons détachés, qui se compose du capital et de certains coupons d'intérêt semi-annuels non détachés s'échelonnant depuis la date d'échéance des derniers coupons détachés jusqu'à la date d'échéance de l'émission. Les porteurs d'obligations coupons détachés ne reçoivent aucun intérêt. Comme ils ont acheté les obligations à un prix inférieur au pair, ils obtiennent plutôt un certain taux de rendement composé¹."

The procedure selected to reflect strip bonds in the transactions and positions consists in linking these bonds to the issuer but not to the issues themselves. The strips show as zero interest bonds in the inventory with the income calculated as the difference between the transaction price and the maturity value.

La manière sélectionnée de faire figurer les obligations à coupon zéro dans les transactions et les positions consiste à les associer à l'émetteur mais non à l'obligation qui a été séparée. Les obligations coupons détachés figurent comme des obligations sans intérêt dans l'inventaire et le revenu est calculé à partir de la différence entre le prix de la transaction et la valeur à l'échéance.

There are also bonds which are not identified on a bond by bond basis by few security dealers for a number of reasons. These bonds are regrouped by sector and treated as a component of a synthetic single issue of the sector (e.g. bonds issued by provinces).

Il existe également des obligations qui, pour un certain nombre de raisons, ne sont pas identifiées de manière individuelle par quelques courtiers en valeurs mobilières. Ces obligations sont regroupées par secteurs et traitées comme un élément d'une émission unique « artificielle » dans ce secteur (p. ex., les obligations émises par les provinces).

Once adjusted to exclude bonds under repurchase agreements and strips, the system checks if each bond traded resides in the inventory as having been issued.²

Après ajustement pour exclure les obligations visées par des conventions de rachat et les obligations coupons, le système vérifie si chaque obligation transigée figure sur l'inventaire comme une obligation émise².

The market prices of both sales and purchases for the month are entered as transactions in the

Les cours du marché des obligations vendues ou achetées pendant le mois sont entrés comme des opérations dans

1. "The Canadian Securities Course", 1993, page 158.

2. If not, an adjustment is made in the inventory to birth the bond as a new issue.

1. "Cours sur le commerce des valeurs mobilières au Canada", 1993.

2. Dans la négative, une correction est apportée dans l'inventaire afin de créer l'obligation comme si elle appartenait à une nouvelle émission.

inventory, with these sales/purchases being also revalued at the book value of the issuers. For bonds traded the same month and year of a new issue, the system deems the trading to have occurred at the date of new issue; otherwise, the trading is deemed to have occurred on the fifteen day of the month of trading.

l'inventaire et ces achats ou ces ventes sont également réévalués à la valeur comptable pour les émetteurs. Pour les obligations négociées au cours du mois et de l'année de leur émission, le système tient pour acquis que les opérations sont survenues à la date de la nouvelle émission. Autrement, l'opération est réputée être survenue le quinzième jour du mois au cours duquel elle a eu lieu.

The trading in bonds does not cover derivatives contracts which can be carried out on bonds, such as swapping the interest or the currency. These derivative contracts, when recorded statistically, are classified, for the time being, as short term assets/liabilities in Canada's Balance of Payments and International Investment Positions.

Les opérations sur obligations ne comprennent pas les contrats d'instruments dérivés dont les obligations peuvent faire l'objet, comme les échanges d'intérêt ou de devises. Ces contrats d'instruments dérivés, lorsqu'on les répertorie à des fins statistiques, sont classifiés, pour l'instant, comme des éléments d'actif ou de passif à court terme de la balance des paiements et de la position d'investissements internationaux du Canada.

3.4 Amortization and changes in interest payable

In the Canadian system, amortization arises from the income accrual of the changes between the issue price and the maturity price. Changes in interest payable arise from the accrual of the coupons. These two components represent the capitalization of that portion of income which has been recognized but which has not yet been paid out.

3.4 Amortissement et évolution des intérêts courus

Dans le système canadien, l'amortissement découle du revenu à payer accumulé du fait de la différence des prix à l'émission et à l'échéance. L'évolution des intérêts courus découle des intérêts non payés sur les coupons. Ces deux éléments représentent la capitalisation de cette portion du revenu qui a été comptabilisée, mais qui n'a pas encore été versée.

4. RECONCILIATION BETWEEN CAPITAL FLOWS AND POSITIONS

The value of foreign holding of Canadian bonds fluctuate from one period to another as a result of transactions with non-residents as well from price changes in the value of the bonds held. The basic equation is as follows:

Position at the beginning of the period
plus capital transactions
plus changes in the prices of bonds (holding gains and losses)¹
equals position at the end of the period.

To the extent that Canadian bonds are denominated in foreign currencies, their conversion into Canadian dollars need also be taken into account in compiling holding gains/losses.

4. RAPPROCHEMENT ENTRE LES FLUX DE CAPITAL ET LES POSITIONS

La valeur des avoirs étrangers en obligations canadiennes fluctue d'une période à l'autre du fait des nouvelles opérations avec des non-résidents et du fait des fluctuations de la valeur des obligations détenues. L'équation de base est la suivante :

La position au début de la période
plus les opérations en capital,
plus l'écart entre les prix des obligations (gains et pertes de détention)¹
donne la position à la fin de la période.

Dans la mesure où les obligations canadiennes sont libellées en monnaies étrangères, leur conversion en dollars canadiens doit également être prise en considération au moment d'établir les gains et pertes de détention.

¹ No attempt will be made here to distinguish neutral holding gain/loss from real holding gain/loss. For more details, please refer to System of National Accounts, 1993.

¹ Aucune tentative ne sera effectuée ici afin d'établir une distinction entre les gains et pertes de détention neutres et les gains et pertes de détention réels. Pour plus de détails à ce sujet, on est prié de se reporter au document System of National Accounts, 1993.

5. COMMISSIONS

Commissions are incurred every time a bond is traded.

Initially, domestic issuers pay foreign financial intermediaries to place or float their new issues in foreign markets. The proceeds from new issues show as a credit entry in the Capital account with a debit entry in the Current Account to show the amount that the issuers pay the foreign financial intermediaries. The commissions are recorded at the time of issue and not spread over the life of the bond as is suggested in private accounting.

Canadian bonds traded across the border with non-residents are deemed to earn commissions for the Canadian intermediaries with whom or through whom the trading occur. Such commissions are imputed since in Canada there is no quoted commissions for trading bonds. Commissions are derived between the bid (offer to buy) and the offering (offer to sell) prices.

CONCLUSION

In the Canadian statistical system, foreign holdings of Canadian bonds are valued according to four valuations. First, the *issue price* is maintained to derive the amount of new issues and, if the issue price differs from the maturity price, to accrue this difference as income. Second, the *maturity price* is also maintained to derive the amount of retirements and to compile the income arising from coupons as well as from the difference, if any, between the issue and maturity prices. The *book value* of the Canadian issuers is maintained to track the income expense incurred by Canadian issuers which has not been paid out. Finally, the *market price* is also maintained in the Canadian system although it is yet to be used in the official series in Canada's International Investment Position.

Positions outstanding at the end of the period can be calculated as the positions at the beginning of the period plus the transactions on bonds plus the holding gains and losses. Obviously, holding gains

5. COMMISSIONS

Une commission est payée chaque fois qu'une obligation est négociée.

Dès le départ, les émetteurs nationaux paient des intermédiaires financiers étrangers pour placer ou lancer leurs nouvelles émissions sur les marchés étrangers. Le produit issu des nouvelles émissions figure à la colonne des crédits dans le compte de capital et une écriture de débit est portée au compte courant pour comptabiliser la somme que les émetteurs payent aux intermédiaires financiers étrangers. Les commissions sont enregistrées au moment de l'émission et ne sont pas étalées sur toute la durée de l'obligation comme le prévoient les méthodes comptables applicables aux sociétés privées.

Les obligations canadiennes négociées outre-frontière avec des non-résidents sont réputées générer des commissions pour les intermédiaires canadiens avec lesquels ou par l'entremise desquels les opérations surviennent. Ces commissions sont dérivées puisqu'au Canada il n'y a aucune commission identifiée comme telle sur le commerce des obligations. Les commissions sont obtenues par dérivation de la différence entre le cours acheteur (l'offre d'achat) et le cours vendeur (l'offre de vente).

CONCLUSION

Dans le système statistique canadien, les avoirs étrangers en obligations canadiennes font l'objet de quatre genres d'évaluation. Premièrement, les *prix d'émission* sont consignés afin de calculer le montant des nouvelles émissions et, si le prix d'émission est différent de la valeur à l'échéance, afin de comptabiliser cette différence comme un revenu. Deuxièmement, la valeur à *l'échéance* est également consignée afin de calculer le montant des rachats et de pouvoir compiler les revenus issus des coupons ainsi que les revenus issus de la différence, le cas échéant, entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. La *valeur comptable* pour les émetteurs canadiens est aussi établie afin d'exercer un suivi sur les revenus que doivent verser les émetteurs canadiens, mais qui n'ont pas encore été payés. Finalement, les cours *du marché* sont consignés dans le système canadien, même s'ils ne sont pas encore utilisés pour les séries officielles figurant dans la position d'investissements internationaux du Canada.

Les positions d'obligations en circulation à la fin de la période peuvent être calculées comme suit : les positions au début de la période plus les opérations sur obligations plus les gains et pertes de détention. De toute évidence,

and losses depend upon the valuation used to value positions outstanding. Bonds valued according to the book of the Canadian bond issuers will produce different holding gains/losses than those arising from valuing bonds at market prices.

Two types of income arise from foreign holding of Canadian bonds: investment income and income in the form of fees and commissions (services). The investment income on foreign holding of Canadian bonds can be calculated in various ways, ranging from a very narrow cash basis to a full accrual basis. The income calculated in the Canadian system is that incurred by the Canadian issuer from accruing both the coupon and the difference between the issue and maturity prices. Income in the form of services is generated both at the time of issue (commissions paid by Canadian issuers to foreign financial intermediaries for issuing their bonds in foreign markets) and when trading Canadian bonds with non-residents (Canadian financial intermediaries earning commissions from both the foreign sellers and the foreign buyers of Canadian bonds).

The degree of details maintained and the flexibility of the Canadian system make it possible to generate many more variables than have been covered in this document. Additional variables generated include the funds that will be needed to service the debt in the years to come, taking into account the coupons to be paid as well as the retirements which are expected. An other feature consists in studying in the time the term to maturity of the debt and its evolution throughout the years. An other feature is to derive a weighted coupon rate on the external bond liability or the size of the foreign versus domestic currency portion of bonds held by non-residents.

The possibilities are multiple and they provide a major analytical tool to a wide range of users from policy makers to private analysts and debt issuers.

les gains et pertes de détention sont tributaires de la méthode d'évaluation utilisée afin d'établir les positions en circulation. Si les obligations ont été évaluées en fonction de leur valeur comptable pour les émetteurs d'obligations canadiens, les gains ou pertes de détention seront différents de ceux découlant de l'évaluation des obligations en fonction du cours du marché.

Les revenus issus des avoirs étrangers en obligations canadiennes appartiennent à l'une et l'autre de deux catégories : les revenus de placement et les revenus d'honoraires et de commissions (services). Les revenus de placement sur les avoirs étrangers en obligations canadiennes peuvent être calculés de différentes manières, allant d'une interprétation très stricte de la méthode de la comptabilité de caisse à la méthode intégrale de comptabilité d'exercice. Le revenu calculé dans le système canadien est celui versé par l'émetteur canadien en tenant compte à la fois du coupon et de la différence entre le prix d'émission et la valeur à l'échéance. Des revenus d'honoraires et de commission pour services rendus sont générés aussi bien au moment de l'émission (commissions payées par les émetteurs canadiens à des intermédiaires financiers étrangers pour émettre leurs obligations sur les marchés étrangers) qu'au moment des opérations sur obligations canadiennes avec des non-résidents (commissions versées à des intermédiaires financiers canadiens par les acheteurs et vendeurs étrangers d'obligations canadiennes).

La précision des détails consignés et la souplesse du système canadien permettent de générer de nombreuses autres variables qui s'ajoutent à celles abordées dans le présent document. Entre autres variables additionnelles qu'il est possible de générer, mentionnons les fonds requis pour assurer le service de la dette au cours des années à venir, en tenant compte des coupons à payer ainsi que des rachats prévus. Une autre fonction du système permet d'étudier sur un axe temporel l'échéance de la dette et son évolution au fil des ans. Une autre caractéristique permet d'obtenir par dérivation un taux nominal pondéré sur la dette obligataire extérieure, ou encore, la proportion d'obligations libellées en monnaies étrangères détenues par des non-résidents par rapport à celles libellées dans la monnaie nationale.

Les possibilités sont multiples et constituent collectivement un outil analytique important pour un large éventail d'utilisateurs allant des décideurs aux analystes privés et aux émetteurs de titres de créances.

APPENDIX 1: ISSUE PRICE AND MATURITY PRICE

ANNEXE 1 : PRIX D'ÉMISSION ET VALEUR À L'ÉCHÉANCE

Say, a \$100 bond issued in 1995 with a coupon of 10% paid annually and maturing in 2000 will have the following present value if the prevailing interest rate is 10%:

Supposons qu'une obligation de 100 \$ émise en 1995 comportant un taux nominal annuel de 10 % et venant à échéance en l'an 2000 ait la valeur actuelle suivante si le taux d'intérêt en vigueur est de 10 % :

Present value as of 1995 Valeur actuelle en 1995	1996	1997	1998	1999	2000
9.09	$10/(1+0.1)$				
8.26		$10/(1+0.1)^2$			
7.52			$10/(1+0.1)^3$		
6.83				$10/(1+0.1)^4$	
6.21					$100/(1+0.1)^5$
37.91 =	$10/(1+0.1)$	$10/(1+0.1)^2$	$10/(1+0.1)^3$	$10/(1+0.1)^4$	$100/(1+0.1)^5$
+62.09					$100/(1+0.1)^5$
=100.00					

The \$100 present value, which is also the **issue price**, is made up of \$37.91 for the coupons and \$62.09 for the principal. In other words, the investor disburses \$37.91 to receive an annuity of \$10 every year for five years and \$62.09 to receive a lump sum of \$100 in five years, i.e. at maturity.

La valeur actuelle de 100 \$, qui est également le **prix d'émission**, est constituée d'une valeur de 37,91 \$ générée par les coupons et d'une valeur de 62,09 \$ en capital. En d'autres termes, l'investisseur débourse 37,91 \$ pour recevoir une rente de 10 \$ tous les ans pendant cinq ans et 62,09 \$ pour recevoir une somme forfaitaire de 100 \$ dans cinq ans, c'est-à-dire à l'échéance.

The issue price is equal to the **maturity price** because the 10% coupon rate is the same as the market interest rate. If the coupon rate was set lower than the prevailing interest rate (say a 8% coupon rate and a 10% market interest rate), the issue price of the bond would be lower than the maturity price:

Le prix d'émission est égal à **la valeur à l'échéance**, car le taux nominal de 10 % est équivalent au taux d'intérêt du marché. Si le taux nominal était inférieur au taux d'intérêt en vigueur (p. ex. un taux nominal de 8 % pour un taux d'intérêt du marché de 10 %), le prix d'émission de l'obligation serait inférieur à la valeur à l'échéance :

Present value as of 1995 Valeur actuelle en 1995	1996	1997	1998	1999	2000
7.27	$8/(1+0.1)$				
6.61		$8/(1+0.1)^2$			
6.01			$8/(1+0.1)^3$		
5.46				$8/(1+0.1)^4$	
4.97					$8/(1+0.1)^5$
30.31 =	$8/(1+0.1)$	$8/(1+0.1)^2$	$8/(1+0.1)^3$	$8/(1+0.1)^4$	$8/(1+0.1)^5$
+62.09					$100/(1+0.1)^5$
=92.40					

It should be noted that the discounted value of the principal remains the same at \$62.09, but that the discounted values of the coupons are lower at \$30.31, depressing in turn the issue price to \$92.40. Conversely if the coupon rate was set higher than the interest rate, the issue price of the bond would also be higher than the maturity value. If the bond was issued with no coupon (zero coupon and strip bonds), the issue price would be equal to the maturity value discounted at the prevailing interest rate (that is \$62.09 in the example above). In other words a conventional bond is potentially made up of as many bonds as there are coupons and capital. In fact, both the coupons and capital are often stripped and sold individually as zero-coupon bonds.

Il convient de signaler que la valeur actualisée du capital de l'obligation demeure la même à 62,09 \$, mais la valeur actualisée des coupons est inférieure, se situant à 30,31 \$, ce qui ramène le prix d'émission à 92,40 \$. Inversement, si le taux nominal était plus élevé que le taux d'intérêt en vigueur, le prix d'émission de l'obligation serait également supérieur à sa valeur à l'échéance. Si l'obligation était émise sans coupon (obligations à coupon zéro et obligations à coupons détachés), le prix d'émission serait égal à la valeur à l'échéance actualisée en fonction du taux d'intérêt en vigueur (soit à 62,09 \$ dans l'exemple susmentionné). En d'autres termes, une obligation conventionnelle peut être constituée d'autant d'obligations qu'il existe de coupons plus le principal. En fait, aussi bien les coupons que le principal de l'obligation sont souvent détachés et vendus individuellement comme des obligations à coupon zéro.

Issue price = Maturity price if coupon = interest rate	Prix d'émission = Valeur à l'échéance si le taux nominal = le taux d'intérêt
Issue price < Maturity price if coupon < interest rate	Prix d'émission < Valeur à l'échéance si le taux nominal < taux d'intérêt
Issue price > Maturity price if coupon > interest rate	Prix d'émission > Valeur à l'échéance si le taux nominal > taux d'intérêt

BIBLIOGRAPHY / BIBLIOGRAPHIE

Fabozzi, Frank J. & Fabozzi T. Dessa, The Handbook of Fixed Income Securities, Fourth Edition, 1995, 1402 pages.

Inter-Secretariat Working Group on National Accounts, System of National Accounts, 1993, 711 pages.

Nichols, Bruce, The yield matrix for Canadian bonds in the Debt Inventory System, September 1995. Available from the Balance of Payments Division, Statistics Canada. / Disponible à la division de la balance des paiements, Statistique Canada.

The Canadian Securities Institute, The Canadian Securities Course, 1993, 454 pages.

Tremblay, Réjean, BP 2000, Calcul de positions et d'intérêt, 25 août, 1995. Available from the Balance of Payments Division, Statistics Canada. / Disponible à la division de la balance des paiements, Statistique Canada.

CALCULATION OF POSITIONS AND INTEREST ON CANADIAN BONDS HELD BY NON-RESIDENTS

Réjean Tremblay*

1. Introduction

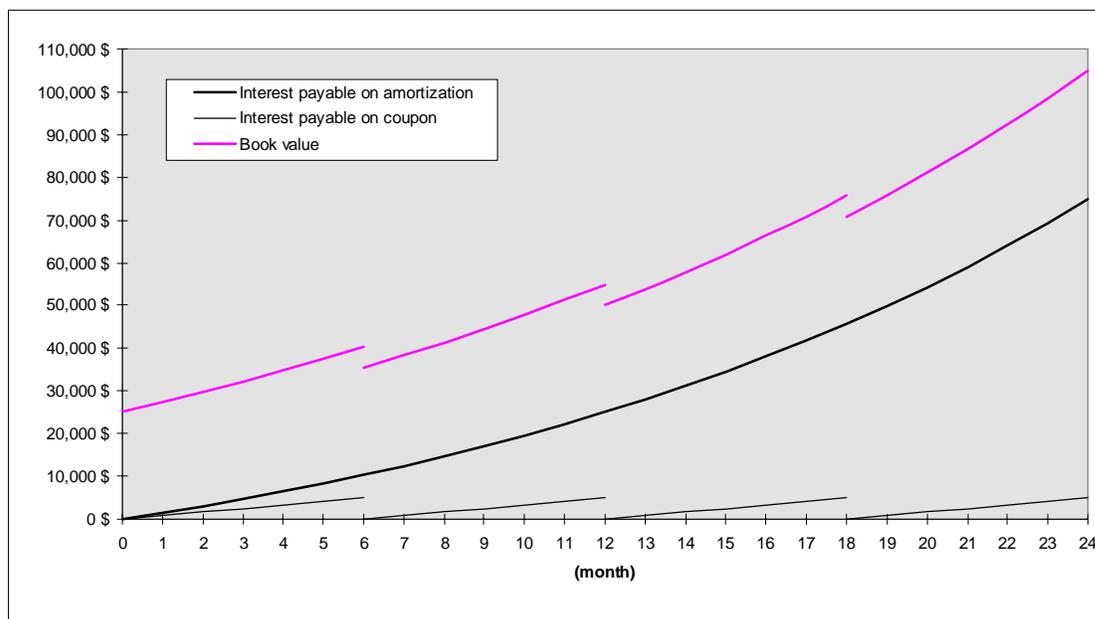
In the Canadian balance of payments processing system, four types of value are maintained for bonds: new issue, maturity value, book value and market value. New issue is defined as the value of proceeds received at the time of issue. Par value is defined as the value of proceeds to be redeemed at maturity. Book value is the new issue value plus interest payable. The market value is the value that the instrument has in the market at a certain point in time.

Two broad categories of income are calculated on bonds: interest on coupon and interest from amortization. Interest on coupon is the income generated from the contractual arrangements agreed upon at the time of issue of the instrument (also called the coupon). Interest on amortization applies only when the instrument is issued at a price other than the value at maturity. Interest from amortization will be negative if the instrument is issued at a greater value than its value at maturity: it is then said to have been issued at a premium. If the amortization is positive, the instrument is said to have been issued at a discount.

Most of the examples found in this document are not realistic. The values were chosen in order to provide an effective graphical representation, for example, of the exponential effect of interest from amortization.

2. Book Value

Example #1: The instrument is issued for \$25,000. It matures at 24 months, at which time it is worth \$100,000. This is what might be called a "deep discount bond" (some might even say "deep deep discount"!). It has a coupon rate of 10% per year, payable every 6 months.



*Program analyst at the System Development Division of Statistics Canada. The work was conducted under the direction of Marc Fournier of the same division and Gerard Meagher of the Balance of Payments Division.

The graph above shows the position book value, interest payable from amortization and interest payable on coupon. The par value is not shown, but it remains \$100,000 throughout the life of the instrument.

3. Maturity value and book value

This section describes what maturity value and book value are. The description of market value will be presented further on.

3.1 Evolution in the value of an instrument over time

If an instrument is issued at the same price as its value at maturity, then there will not be interest from amortization.

There may be a difference between the value at time of issue and the value at maturity. An example is a deep discount bond. In such case, the income from amortization is the difference between these two values. The book value changes over time because of amortization and interest payable on coupon. The increase in the book value from the amortization takes place according to a continuing compound interest model. This interest rate is called the "Internal Rate of Return", or IRR. This rate is derived using the following formula:

$$\text{Equation 1} \quad IRR = \frac{\ln\left(\left(\frac{V2-V1}{V1}\right) + 1\right)}{\Delta t}$$

where

V1 is
the value at
time of issue,

V2 is the value at maturity,

Δt is the number of years between issuance and maturity

ln is the natural logarithm (with base e).

The book value is calculated using the IRR and interest payable on coupon. The formula is as follows:

$$\text{Equation 2} \quad \text{BookValue} = V1 + V1(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1) + IPC$$

where V1 is the value at time of issue.

e is the napierian number (2.71828...),

Δt is the number of years between issuance and the position date

IPC are interest payable on coupon

The second term of the last equation, $V1(e^{(IRR \cdot \Delta t)} - 1)$, represents the interest payable on amortization. The book value is thus made up of the value at time of issue plus interest payable on amortization and on coupon. Equation 2 may be reduced.

$$\text{Equation 3} \quad \text{BookValue} = V1e^{(IRR \times \Delta t)} + IPC$$

In the examples that follow, we will use Equation 2, simply because it gives a better picture of the makeup of book value: value at time of issue plus interest payable on amortization plus interest payable on coupon.

Example #1a: Say that an instrument is sold at \$95,000 with a value at maturity of \$100,000 two years later. The instrument does not have a coupon. The rate of increase of the value of the instrument (IRR) will be:

$$R = \frac{\ln\left(\left(\frac{100000 - 95000}{95000}\right) + 1\right)}{2}$$

$$IRR = 2.5647\%$$

The book value after 18 months will be:

$$BookValue = 95000 + 95000(e^{(0.025647 \times 18/12)} - 1)$$

$$BookValue = 95000 + 3726$$

$$BookValue = 98726$$

The par value does not change during the life of the instrument unless there are retirements before maturity (see below) or the instrument is issued in tranches (see below). In the above example, the par value is always \$100,000.

3.2 Geographical distribution

When an instrument is held in several countries, the calculations of the value for each country will be proportional to the distribution of the holding in these various countries. The basis for determining the various proportions is of course the par value.

Example 1b: Take the same data as in Example 1a. If Canada holds \$30,000 of the instrument,

Japan holds \$50,000 and the United States holds \$20,000, the values in each country after 18 months will be as follows:

Country	Par value (\$)	Book value (\$)
Canada	30,000	98,726*30% = 29,618
Japan	50,000	98,726*50% = 49,363
United States	20,000	98,726*20% = 19,745
Total	100,000	98,726

3.3 Partial Retirement

Retirements are made on the basis of the value at maturity. The value at maturity decreases by an amount equal to the value of the retirement. The book value, which is calculated on the basis of the initial issue value plus interest payable, decreased by the same percentage as the par value. The market value after the retirement will be calculated on the basis of the par value, adjusted by retirements (see the section entitled «Market value» for more detail).

Example #1c: Say that an instrument is sold at \$50,000 with a value at maturity of \$100,000 two years later. Assume that a retirement of \$25,000 (par value) is made at the end of the 18th month. Starting in the 19th month there remains 75% of the initial value of the instrument, that is, \$75,000 in par value. For all the values calculated from the 19th month onward, the reference amount will therefore be 50000 x 75%.

The IRR for such an instrument is:

$$R = \frac{\ln\left(\left(\frac{100000 - 50000}{50000}\right) + 1\right)}{2}$$

$$IRR = 34.6574\%$$

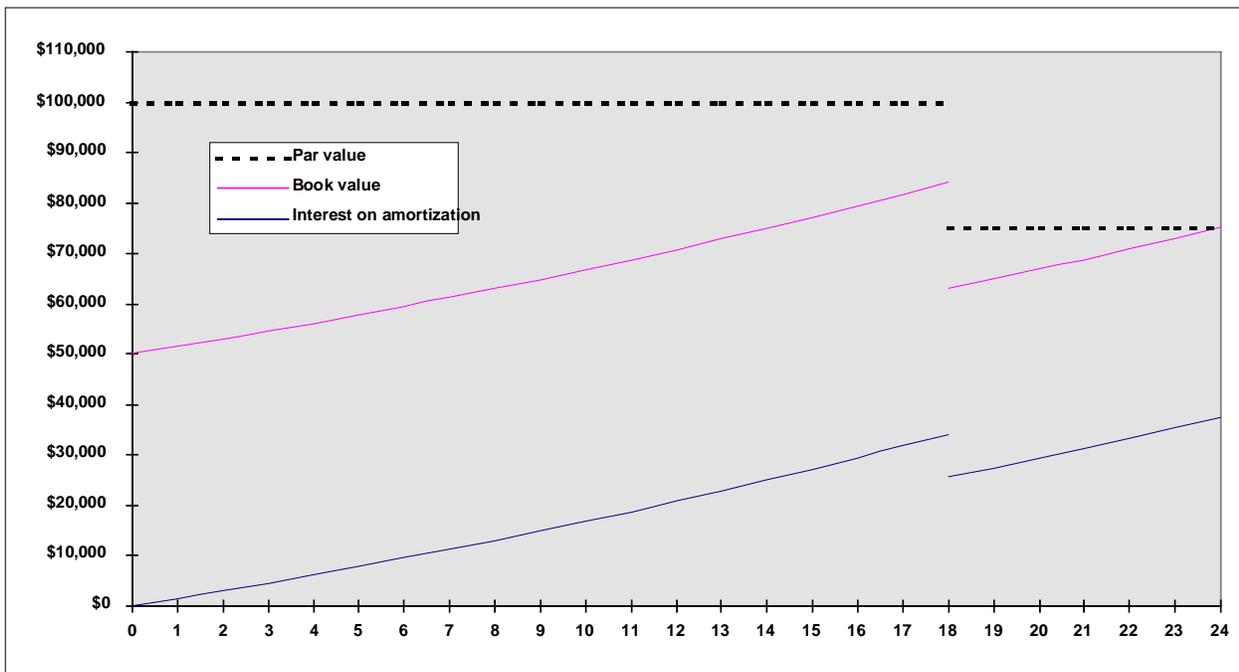
At the end of the 19th month, the book value will be:

$$BookValue = (50000 \times 75\%) + (50000 \times 75\%)(e^{(0.346574 \times 19/12)} - 1)$$

$$BookValue = (37500) + (37500)(e^{(0.346574 \times 19/12)} - 1)$$

$$BookValue = 64915$$

The following graph shows the evolution of the par value and book value as well as interest payable on amortization.



3.4 Issue in tranches

The total value of an instrument issued in tranches is equal to the summed value of the positions of the different tranches. This is the case for the three types of positions: at maturity, at book and at market value. The calculation of maturity value is straightforward. It is calculated as if the instrument was issued in one tranche. For the book value, things are more complicated: each tranche may have a distinct issue price which may differ for each tranche. Each tranche will then have its own rate of

increase (IRR) . The idea is that various tranches may be sold at different prices. They therefore have a different rate of increase (IRR).

For the book value, the formula is as follows:

where

- Va1 ist the issue value of tranche #1,
- Vax is the issue value of the x^e tranche,
- IRR1 is the IRR of tranche #1,
- IRRx is the IRR of x^e tranche,
- Δt1 is the number of years between the issue of tranche #1 and the date at which

Equation 4

$$BookValue=(Va1+Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1} - 1) + \dots + Vax + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx} - 1) + IPC$$

$$BookValue=(Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1} - 1) + \dots + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx} - 1) + IPC$$

the book value is calculated,

Δtx is the number of years between the issue of x^e tranche and the date at which the book value is calculated,
 IPC are interest payable on coupons.

Example #2A: Say that an instrument with no coupon is sold in two tranches. The first is sold at \$25,000 with a value at maturity of \$50,000. The second is sold one month later at \$35,000 with a value at maturity of \$50,000. The instrument matures 24 months after the issue of the first tranche. The par value during the first month is \$50,000. After the first month, the par value is \$50,000 plus \$50,000 for a total of \$100,000.

The book value at the end of the second month will be the summed book value of the two tranches. The IRR of the first tranche will be:

$$IRR1 = \frac{\ln\left(\left(\frac{(50000 - 25000)}{25000}\right) + 1\right)}{(24/12)}$$

$$IRR1 = 34,6574\%$$

The IRR of the second tranche will be:

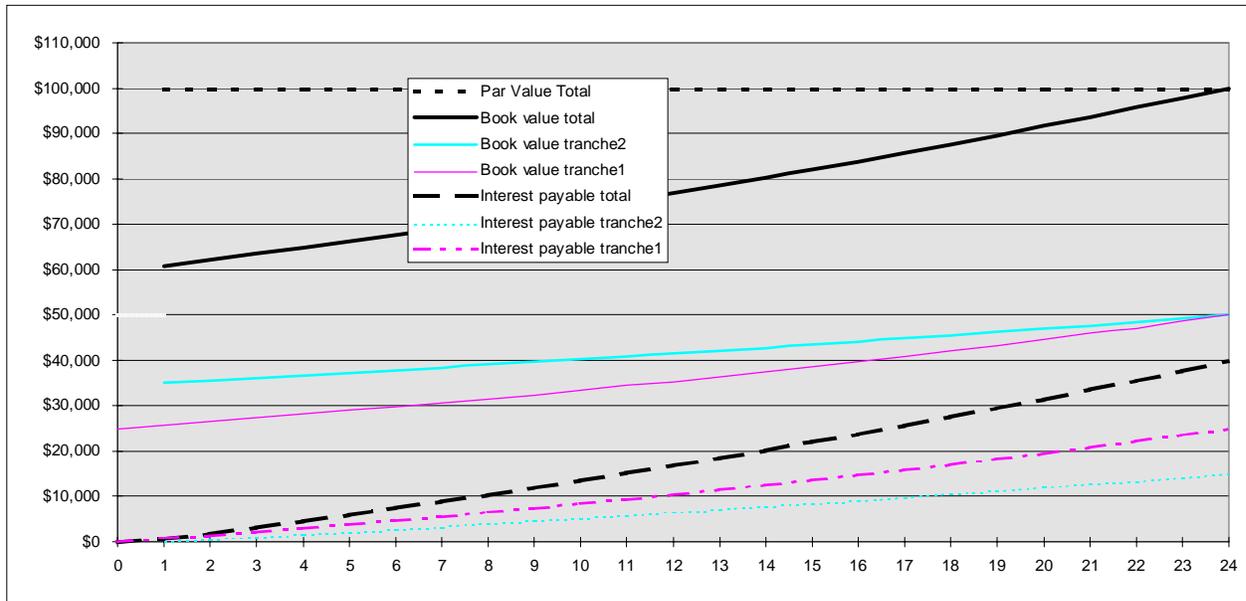
$$IRR2 = \frac{\ln\left(\left(\frac{(50000 - 35000)}{35000}\right) + 1\right)}{(23/12)}$$

$$IRR2 = 18,6091\%$$

The book value will be:

$$\begin{aligned}
 \text{BookValue} &= 25000 + 25000(e^{(0.346574 \times 2/12)} - 1) + 35000 + 35000(e^{(0.186091 \times 1/12)} - 1) \\
 \text{BookValue} &= 25000 + 1487 + 35000 + 547 \\
 \text{BookValue} &= 62034
 \end{aligned}$$

The graph shows the evolution of the par value and the book value as well as interest payable from amortization for each tranche and for the total



3.5. Retirements on issue in tranches

Partial retirements on an instrument issued in tranches will be distributed among the different tranches in proportion to their size, with the proportional weight of each obviously being determined by its par value.

Example #2b: Assume the following data. Two tranches with no coupon are sold, one at \$45,000 with a value of \$50,000 at maturity and the other at \$47,000 one month later with a value of \$50,000 at maturity. The maturity is 24 months after the issue of the first tranche. Now assume that a retirement of \$25,000 is made at the end of the sixth month. Since the two tranches are equal, 50% of the retirement will be made from the first tranche and 50% from the second tranche.

The par value of the first tranche becomes:

$$\begin{aligned}
 \text{ParValue1} &= 50000 \times 75\% \\
 \text{ParValue1} &= 37500
 \end{aligned}$$

The par value of the second tranche becomes:

$$\begin{aligned}
 \text{ParValue2} &= 50000 \times 75\% \\
 \text{ParValue2} &= 37500
 \end{aligned}$$

The total par value will be:

$$ParValue = 37500 + 37500 = 75000$$

The book value of the first tranche at the end of the seventh month becomes:

$$BookValue1 = (45000 \times 75\%) + (45000 \times 75\%) \left(e^{(0.05268 \times 7/12)} - 1 \right)$$

$$BookValue1 = 34803$$

The book value of the second tranche becomes:

$$BookValue2 = (47000 \times 75\%) + (47000 \times 75\%) \left(e^{(0.032283 \times 6/12)} - 1 \right)$$

$$BookValue2 = 35824$$

The total book value will be:

$$BookValue = 34803 + 35824 = 70627$$

3.6. Geographic distribution of issue by tranche

What has been discussed under "Geographic distribution" above remains valid in the case of a bond issued by tranches. In other words, the calculation of positions for each country is pro-rated according to the total position of the instrument. The calculation of position at maturity is calculated as if the instrument was issued in one single tranche. The calculation of the book value is more complicated. The pro-rata factor is comat maturity of the country divided by the total value at maturity. By inserting this factor in the calculation of book value, the following is obtained:

Equation 5

$$BookValue = (Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1}) + \dots + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx}) \times \frac{Vn}{Vnte} + IPC)$$

where

Va1 is the issue value of tranche #1,

Vax is the issue value of x^e tranche,

IRR1 is the IRR of tranche #1,

IRRx is the IRR of x^e tranche,

$\Delta t1$ is the number of years between tranche #1 and the date the book value is calculated,

Δtx is the number of years between the issue of x^e and the date the book value is calculated,

Vn is the maturity of value of the specific country,

Vnte is the total maturity value (i.e. not taken into account partial retirements) of the instrument at

the date book value is calculated,

IPC are interest payable on coupons. for the country

It is important to note that the pro-rate indicator (Vn/Vnte) changes over time reflecting that Vnte changes overtime. After the issue of tranche #1, Vnte is equal to the par value of tranche #1; after the issue of the tranche #2, Vnte is equal to the sum of par values of tranches #1 and #2, etc.

4. Market value

There are two ways to calculate market value; the calculation method to be used depends on whether the instrument was traded during the month. «Traded» as used here means that parts of the instrument changed hands between Canada and other countries.

For instruments traded recently – that is, during the month – see the section entitled «Market value for traded instrument». For other instruments, see the section entitled, «Market value for untraded instrument».

4.1. Market value for traded instruments

If an instrument was traded during the month, when the market value position is taken, the market value is calculated using the following formula with the average of all transactions having taken place in the current month:

$$MarketValue = ParValue \times Average \left(\frac{|TrMarketValue| - ShortTermLoan}{|TrParValue|} \right)$$

where Par Value is the value at maturity

Short TermLoan is equal to interest payable on coupon at the time of the transaction,

TrMarket Value is the price at which the bond traded,

TrparValue is the par value of the bond transacted.

For the purpose of calculating position, we use the aggregate of transactions having occurred during the month. It is likely that these transactions will be done with several countries. For the calculation of position, we will take the average of all the selling countries involved in the aggregate transaction.

4.2. Market value for untraded instruments

For instruments not traded, a yield is determined using reference tables. Two reference tables are used for this purpose: the Benchmark Table contains standard market indexes, while the Differential Table contains an adjustment to be applied to the benchmark values. Shown below are examples of how these two tables look.

4.2.1.1. Benchmark Table

Benchmark	Sector	Currency	Years to Maturity	Benchmark value per month			
				01/95	02/95	03/95	etc...
BM1	Govt Canada	Cdn\$	3-5	8.5	8.5	8.3	
BM2	US Govt	US\$	1-3	8.6	8.7	8.4	
BM3	Japan bond	Yen	>5	4.1	4.2	4.2	
BM4	Hydro Que	Euro US	3-5	8.1	8.2	8.1	

4.2.1.2. Differential Table

Sector	Currency	Years to maturity				
		< 1	1-3	3-5	5-7	> 7
Federal Direct	Cdn\$	BM1+0.6	BM1+0.5	BM1+0	BM1+0	BM1+2.5
	Euro Cdn	BM1+0.6	BM1+0	BM1+1	BM1+1.5	BM1+3
	US\$	etc...				
	etc...					
Federal Enterp	Cdn\$	BM1+0.6	BM1+0.5	BM1+0	BM1+0	BM1+2.5
	Euro Cdn	BM2+0.6	BM2+0	BM2+1	BM2+1.5	BM2+3
	US\$	etc...				
	etc...					
Prov. direct	Cdn\$	etc...				
etc...						

To determine the yield for an untraded instrument, it is first necessary to search through the Differential Table according to the variables Sector, Currency and Years to maturity. The yield is determined by the formula in the corresponding box.

Once the yield is determined according to the above method, the following formula should be used to obtain the market value of the instrument:

$$MarketValue = \frac{CouponRate \times ParValue \times \left(1 - \frac{1}{(1 + Yield)^t} \right)}{Yield} + \frac{ParValue}{(1 + Yield)^t}$$

where
 Coupon rate is the interest rate from coupon
 t is the number of years left to maturity
 Yield is the factor as calculated above.
 Par Value is the value at maturity.

5. Calculation of interest on coupon

5.1. General

Interest on coupon is the income generated by the coupon of an instrument. On the other hand, interest from amortization arises from the difference between the issue and the maturity values. Interest from amortization will be dealt with further on.

The calculation of interest on coupon follows a linear model.

There are two ways to express the interest on coupon generated by an instrument. One is to use an interest rate, while the other is to specify a lump sum for a given period. The following two sections explain how to calculate an amount of interest in general. Specific cases, such as accrued, payable and paid interest, will be dealt with subsequently.

5.1.1. Calculation of interest using an interest rate

When interest is expressed by means of an interest rate, the amount is determined by the following formula:

$$\text{Equation 6} \quad \text{Interest} = \text{ParValue} \times \text{Tx} \times \Delta t$$

where

ParValue is the «ParValue» as calculated above,
Tx is the interest rate,
 Δt is the period in years.

Example #3: Say that an instrument has a par value of \$100,000. Assume an interest rate of 8.5% payable twice yearly.

The value of the accrual at the end of the third month will be:

$$\begin{aligned} \text{Accrual} &= 100000 \times 0.085 \times \frac{3}{12} \\ \text{Accrual} &= 2125 \end{aligned}$$

5.1.2. Calculation of interest on coupon on the basis of a lump sum

If interest is expressed with a lump sum, the following formula determines the amount applicable to a fraction of the payment period.

$$\text{Equation 7} \quad \text{Interest} = \text{Payment} \times \frac{\Delta t}{\text{PayPe}}$$

where

Payment is the amount of the payment,
 Δt is the period in years,
PayPer is the total period applicable to the payment.

The amount of payment for a given country is determined on the pro data basis using the maturity value. The previous formula becomes:

$$\text{Equation 8} \quad \text{Interest} = \text{Payment} \times \frac{\Delta t}{\text{PaiePer}} \times \frac{Vn}{Vntc}$$

where

Payment is the amount of payment,
 Δt is the period expressed in a year,
 PaiePer is the total period for which the payment applies,
 V_n is the par value for a specific country,
 V_{ntc} is the total par value.

Example #4: Say that an instrument has a par value of \$100,000. An interest payment of \$5,000 is scheduled for the end of the sixth month.

The value of the interest accrued to the end of the third month will be:

$$Accrual = 5000 \times \frac{\frac{3}{12}}{\frac{6}{12}}$$

$$Accrual = 5000 \times \frac{3}{6}$$

$$Accrual = 2500$$

5.1.3. Accruals from coupons

Accruals are the income generated by an instrument for a given period. Ordinarily, accruals are calculated for a given month; in this case the beginning of the period is the first day of the month and the end is the last day. Either equation 6 or equation 7 applies, depending on the case.

In the event that a payment took place during the month, the accruals are equal to the amount of interest accrued between the beginning of the month and the payment and between the payment and the end of the month. In the case of interest on coupon, the fact that a payment takes place during the reference period has no impact on the value of the accruals: the amount is the same as if there were no payment. This is due to the fact that interest on coupon follows a linear model.

Another definition of accruals is the difference between the interest payable at the end of the period (usually one month) and the interest payable at the beginning of the period. This is true only for month with payment.

5.1.4. Payables from coupons

Payables are defined as the interest that has accumulated since the last payment. If the interest is expressed using an interest rate, then Equation 6 applies. If interest is expressed on the basis of a lump sum, then Equation 7 applies. In both cases Δt is the time that has elapsed since the last payment (or issue).

An equivalent definition is that interest is the sum of accruals since the last payment. This is true for the instrument in total but not for each country. In the latter case, interest payable are calculated on a pro data basis using the maturity value at the time of calculation.

Payables relate to a date and not a time interval. By contrast, accruals (see below) relate to a time interval.

5.1.5. Interest paid from coupons

The amount of interest paid is equal to the amount of interest payable on the day of payment.

5.2. Change of position value

In the event that there is a change in the value at maturity within an accrual calculation period, the total amount of accruals will be the sum of accruals calculated for each of the stable periods. This is valid for any change, such as a new issue, retirements, geographical change, etc.

6. Calculation of interest on amortization

The concept of interest on amortization was introduced earlier in the document, in the section on the different types of value.

6.1. Accrual on amortization

The following formula is used to accrue interest from amortization:

$$DiscAccrual = V1(e^{IRR \times t2} - e^{IRR \times t1})$$

where

V1 is the issue value of the instrument,
 IRR is the rate of change due to amortization,
 t1 is the time elapsed between the beginning of the calculation period and the issue period,
 t2 is the time elapsed between the end of the calculation period and the issue period.

In a more general way, if one takes into account the tranches and geographical distribution, the previous formula becomes:

$$DiscAccrual = (Va1(e^{IRR1 \times t12} - e^{IRR1 \times t11}) + \dots + Vax(e^{IRRx \times t2x} - e^{IRRx \times t1x})) \frac{Vn}{Vnte}$$

where

Va1 is the issue price of tranche #1,
 Vax is the issue price of x^e tranche,
 IRR1 is the IRR of tranche #1,
 IRRx is the IRR of x^e tranche,
 t11 is the time elapsed between the beginning of the calculation period and the issue of tranche #1,
 t21 is the time elapsed between the end of the calculation period and the issue of tranche #1,
 t1x is the time elapsed between the beginning of the calculation period and the issue of x^e tranche,
 t2x is the time elapsed between the end of the calculation period and the issue of x^e tranche,
 Vn par value held by the country,
 Vnte is the total par value issued (i.e. without partial retirement) for the instrument for the date of the position.

6.2 Interest payable on amortization

The same formula used for interest payable on amortization is also used for accruals, except that the variable t_1 is equal to zero. Once reduced, the formula becomes:

$$DiscPayable = VI(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1)$$

where

V_1 is the issue value of the instrument,
 IRR is the rate of increase of amortization,
 Δt is the time elapsed between the period of calculation and the issue date.

In more general way, if one takes into account the tranches and geographical distribution, the previous formula becomes:

$$DiscPayable = (V_{a1}(e^{(IRR_1 \times \Delta t_1)} - 1) + \dots + V_{ax}(e^{(IRR_x \times \Delta t_x)} - 1)) \frac{V_n}{V_{nte}}$$

where

V_{a1} is the issue price of tranche #1,
 V_{ax} is the issue price of x^e tranche,
 IRR1 is the IRR of tranche #1,
 IRRx is the IRR of x^n tranche,
 Δt_1 is the time elapsed between the current date and the issue date of tranche #1,
 Δt_x is the time elapsed between the current date and the issue of x^e tranche,
 V_n is the par value held by a country,
 V_{nte} is the total par value issued (i.e. without taking into account partial retirements) of the instrument for the date of position.

6.2 Interest paid on amortization

Most bonds are retired at maturity. The difference between the issue price and the maturity price represents the interest which has been amortized (the interest payable from coupon becomes nil when the coupon is paid out).

When, however, there is a retirement prior to maturity, the interest an amortization will be according to the following formula.

$$DiscPaid = VI(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1) \frac{V_t}{V_{nte}}$$

where

V_t is the par value of the retirement
 V_1 is the book value at the time of withdrawal
 IRR is IRR of the tranche
 Δt is the time from the new issue to the partial retirement
 V_{nte} is the total par value (i.e. regardless of partial retirement) of the instrument at the time
 the retirements occurs.

The following is interest paid from amortization when there are several tranches:

$$DiscPaid = \left(Va_1 \left(e^{(IRR_1 \times \Delta t_1)} - 1 \right) + \dots + Vax \left(e^{(IRR_x \times \Delta t_x)} - 1 \right) \right) \frac{Vn}{Vnte}$$

where

Va_1 is the value of issue of tranche #1,

Vax is the the book value of x^e tranche at the time of withdrawal,

IRR_1 is the IRR of tranche #1,

IRR_x is the IRR of x^e tranche,

Δt_1 is the time is the time from new issue to the partial retirement of tranche #1,

Δt_x is the time is the time from new issue to the partial retirement of x^e tranche,

$Vnte$ is the total par value (i.e. regardless of partial retirements) of the instrument at the time the retirement occurs.

Appendix A. Vocabulary

The following definitions of terms apply to this document.

A.1. Untraded instrument

The expression «untraded instrument» is generally used to indicate that the instrument was not sold on the secondary market during a given month. An instrument is said to have been sold on the secondary market if there were one or more transactions on that instrument.

A.2. Accrual

Interest accrued during a given period, such as, say, during March 1995. This is a current account item.

A.3. Payable

Interest accumulated since the last interest payment. This is a position item. The change in interest payable is a capital account item.

A.4. Lump sum

Interest expressed as a fixed amount.

A.5. Book value

Value of an instrument taking into account interest payable. This is a position concept.

A.6. Market value

Value that an instrument trades (or would have if it traded) in the market at a certain point in time. This is a position concept.

A.7. Par value

Value of an instrument at maturity. Also called "maturity value". This is a position concept.

A.8. Interest rate

Percentage of maturity value expressing the amount of interest to be paid at periodic intervals.

Appendix B. Origin of equations to calculate amortization

Equation 1 and Equation 2 are used to accrue income on bonds from coupon and from amortization for a given period. The portion for accruing income on amortization is as follows:

$$Ac = VI \left((e^{IRRxt2} - 1) (e^{IRRxt1} - 1) \right)$$

where

V1 is the initial value of the instrument,
 IRR is the interest rate ("Internal Rate of Return")
 t1 is the beginning of the period,
 t2 is the end of the period.

The previous equation, once reduced, becomes:

$$Ac = VI(e^{IRR \times t2} - e^{IRR \times t1})$$

Appendix C. Origin of equation on amortization, formal demonstration

The following demonstration shows in more rigorous way the origin of the equation on amortization presented in Appendix B. This section shows how to derive equations using the compound interest model on a continuous basis starting with the model of compounded interest on a discrete basis.

The discrete model is according to the following law:

$$VI(1+i)^n = V2$$

where i is the rate used for every capitalization and n is the number of capitalization, Given n is expressed in number of years, j is the annual rate. Hence the rate of capitalization for x period per year is j/x ,

The model becomes:

$$VI\left(1 + \frac{j}{x}\right)^{xn} = V2$$

The exponential " xn " arise from capitalizing x times a year which in turn means n times x capitalization in n years. Now, what does happen if the capitalization is carried out an infinite time in a one year. The differential calculus indicates that the limit of the expression $\left(1 + \frac{j}{x}\right)^x$, when x tends towards infinity is e^j . Hence, when x tends toward infinity, the model become

$$VIe^{jn} = V2$$

The latter formula is at the origin of formulas 1 and 2 found in the document. Hence, with a bit of manipulation, we can arrive to the following

$$j = \frac{\ln\left(\frac{V2}{VI}\right)}{n}$$

which is the IRR formula,

$$Ac = VI(e^{jn_2} - e^{jn_1})$$

which is the formula used to accrue interest on amortization.

CALCUL DE POSITIONS ET D'INTÉRÊTS SUR LES AVOIRS D'OBLIGATIONS CANADIENNES PAR LES NON-RÉSIDENTS

Réjean Tremblay*

1. Introduction

Dans le système informatique de la balance des paiements canadienne, quatre valeurs de position en obligations sont maintenues: à l'émission, à l'échéance, au livre et au marché. La position de nouvelle émission correspond à la valeur des fonds qui ont été empruntés à l'émission. La position à l'échéance est définie comme étant la valeur des fonds qui seront remboursés au temps de l'échéance. La position au livre est la valeur de nouvelle émission plus les intérêts payables. La position au marché est la valeur à laquelle l'instrument se transigerait dans le marché à un certain moment.

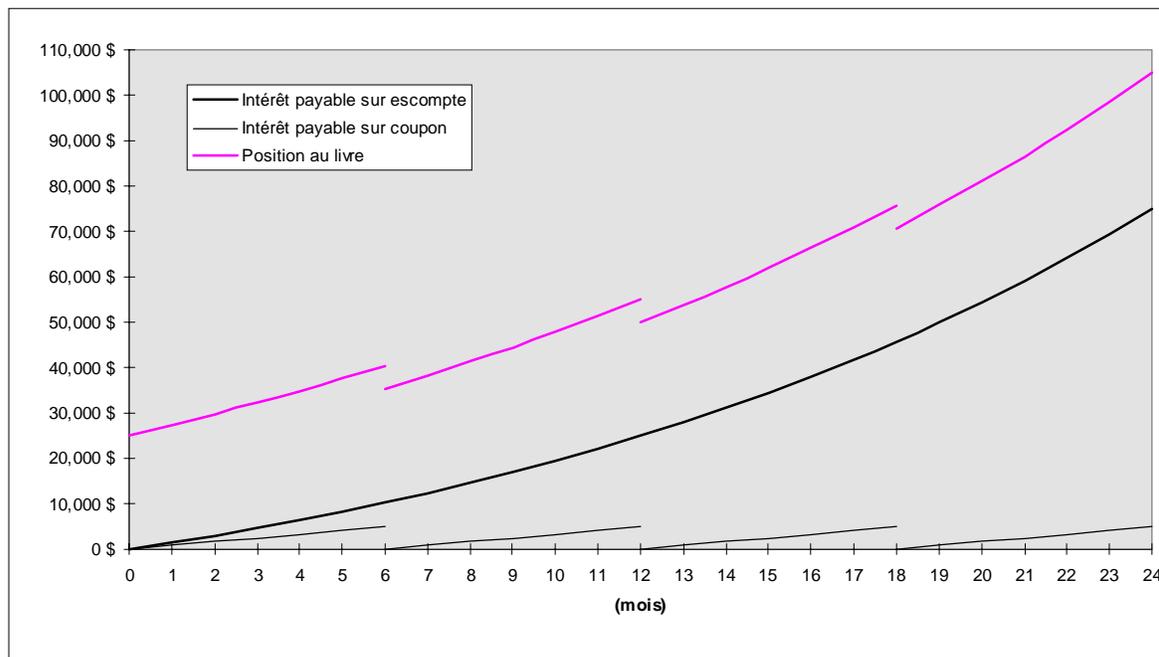
On retrouve deux familles d'intérêts: intérêt sur coupon et intérêt sur l'amortissement. Les intérêts sur coupon représentent le revenu généré selon les arrangements contractuels convenus lors de l'émission de l'instrument (aussi appelé coupon). L'autre type d'intérêt, les intérêts sur amortissement, s'applique uniquement lorsque l'instrument est émis à une valeur autre que la valeur à échéance. Ces derniers intérêts seront négatifs si l'instrument est émis à une valeur supérieure à la valeur à échéance: on dit alors que l'instrument a été acheté à prime. Si les intérêts sur amortissement sont positifs, on dira que l'instrument a été acheté à escompte.

La plupart des exemples utilisés dans ce document ne sont pas réalistes. Les valeurs ont été choisies afin d'obtenir une représentation graphique efficace, comme par exemple, illustrer l'effet exponentiel des intérêts sur amortissement.

2. Valeur au livre

Exemple #1 L'instrument est émis à \$25,000. Sa durée de vie est de 24 mois et il vaudra alors \$100,000. C'est ce qu'on pourrait appelé un "une obligation fortement escomptée" (certains diraient "une obligation très très fortement escomptée!"). Il à un coupon de 10% par année, payable aux 6 mois.

Le graphique suivant montre la position au livre, les intérêts payables sur amortissement et les intérêts payables sur coupon. La position à l'échéance n'est pas montrée, mais elle reste \$100,000 durant toute la vie de l'instrument.



*Programmeur analyste à la division du développement des systèmes. Le travail a été mené sous la direction de Marc Fournier de la même division et de Gerard Meagher de la division de la balance des paiements.

3. Position à échéance et au livre

Cette section décrit ce que sont les positions à échéance et au livre. La description de la position au marché sera présentée plus loin.

3.1. Progression de la valeur d'un instrument dans le temps

Si un instrument est émis au même prix que sa valeur à échéance, alors il n'y aura pas d'intérêt sur amortissement.

S'il y a une différence entre la valeur à l'émission et la valeur à échéance, par exemple une obligation à escompte, alors il y aura intérêt provenant de la différence entre ces deux valeurs. La valeur au livre changera dans le temps pour refléter l'amortissement ainsi que l'intérêt payable sur coupon. L'augmentation de la position au livre en raison de l'amortissement se fait selon un modèle à intérêt composé sur une base continue. Ce taux d'intérêt est appelé "taux de rendement interne" ou en anglais "internal rate of return". Appelons-le IRR. Ce taux est dérivé à l'aide de la formule suivante:

$$\text{équation 1} \quad IRR = \frac{\ln\left(\left(\frac{V2 - V1}{V1}\right) + 1\right)}{\Delta t}$$

où V1 est la valeur à l'émission,
V2 est la valeur à échéance,
 Δt est le nombre d'années entre l'émission et l'échéance
ln est le logarithme naturel (en base e).

La position au livre se calcul à l'aide de IRR et de l'intérêt payable sur coupon. La formule est la suivante:

$$\text{équation 2} \quad BookValue = V1 + V1(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1) + IPC$$

où V1 est la valeur à l'émission,
e est le nombre népérien (2.71828...),
 Δt est le nombre d'années entre l'émission et la date de la position,
IPC sont les intérêts payables sur coupons

Le deuxième terme de la dernière équation, $V1(e^{(IRR \cdot \Delta t)} - 1)$, représente les intérêts payable sur amortissement. La position au livre est donc composée de la valeur à l'achat plus les intérêts payable sur amortissement plus les intérêts payables sur coupon. (Les intérêts payable sur coupon sont définis plus loin dans ce document). L'équation 2 peut être réduite comme suit:

$$\text{équation 3} \quad BookValue = V1e^{(IRR \times \Delta t)} + II$$

Dans les exemples qui suivent, l'équation 2 sera utilisée simplement parce qu'elle illustre mieux la composition de la position: valeur à l'émission plus intérêt sur escompte plus intérêt payable sur coupon.

Exemple #1a Soit un instrument vendu \$95,000 et avec une valeur à échéance de \$100,000 deux ans plus tard. L'instrument n'a pas de coupon. Le taux d'augmentation de la valeur de l'instrument (IRR) sera:

$$IRR = \frac{\ln\left(\left(\frac{(100000 - 95000)}{95000}\right) + 1\right)}{2}$$

$$IRR = 2.5647\%$$

La position au livre après 18 mois sera:

$$BookValue = 95000 + 95000(e^{(0.025647 \times 18/12)} - 1)$$

$$BookValue = 95000 + 3726$$

$$BookValue = 98726$$

La position à échéance ne change pas durant la vie de l'instrument sauf s'il y a des remboursements avant échéance (voir plus loin) ou si l'instrument est émis par tranche (voir plus loin). Dans l'exemple précédent, la position à échéance est toujours \$100,000.

3.2. Répartition géographique

Lorsqu'un instrument est détenu dans plusieurs pays, les calculs des positions de chaque pays se font au prorata de la position totale de l'instrument. L'indicateur de prorata est bien sûr la valeur à échéance.

Exemple 1b Prenons les mêmes données que dans l'exemple 1a. Si le Canada détient \$30,000 de l'instrument, le Japon \$50,000 et les Etats-Unis \$20,000, les positions de chaque pays après le 18^e mois seront:

Pays	Position à échéance	Position au livre (\$)
Canada	30 000	98 726*30% = 29 618
Japon	50 000	98 726*50% = 49 363
Etat-Unis	20 000	98 726*20% = 19 745
Total	100 000	98 726

3.3. Remboursement partiel

Les remboursements affectent la valeur à échéance. La position à échéance diminue d'un montant égal à la valeur des remboursements. La position au livre, qui est calculée en partant de la position à l'émission plus l'intérêt payable, diminue du même pourcentage que la position à l'échéance. De la même façon, la valeur du marché après remboursement sera calculée sur la base de la valeur à l'échéance, ajustée par les remboursements (voir la section sur la valeur de marché pour plus de détails).

Exemple #1c Soit un instrument vendu \$50,000 et avec une valeur à échéance de \$100,000 deux ans plus tard. Supposons qu'un remboursement de \$25,000 (valeur à échéance) est fait à la fin du 18^e mois. A partir du 19^e mois il reste 75% de la valeur à l'échéance initiale de l'instrument, c'est à dire \$75,000 en valeur à échéance. Pour toutes les positions calculées à partir du 19^e mois, le montant de référence sera donc 50,000 x 75%.

Le IRR pour un tel instrument est:

$$IRR = \frac{\ln\left(\left(\frac{100000 - 50000}{50000}\right) + 1\right)}{2}$$

$IRR = 34.6574\%$

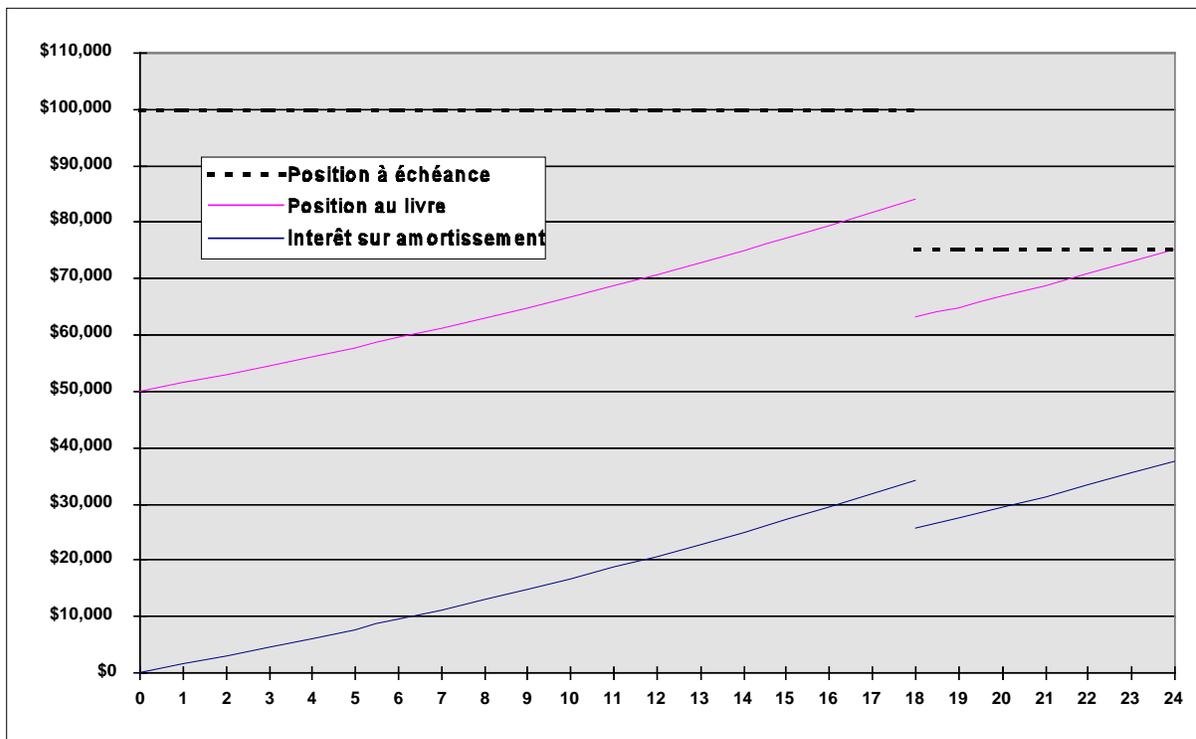
A la fin du 19^e mois, la position au livre sera:

$$BookValue = (50000 \times 75\%) + (50000 \times 75\%) (e^{(0.346574 \times 19/12)} - 1)$$

$$BookValue = (37500) + (37500) (e^{(0.346574 \times 19/12)} - 1)$$

$BookValue = 64915$

Le graphique suivant montre l'évolution des positions à échéance et au livre ainsi que les intérêts payables sur amortissement.



3.4. Emission par tranche

La position totale d'un instrument émis par tranche est égale à la somme des positions de chaque tranche. Ceci est vrai pour les trois types de position: à échéance, au livre et au marché. Le calcul de la position à échéance ne pose pas de problème. Elle est calculée comme si l'instrument avait été émis en une seule tranche. Pour la position au livre, les choses sont différentes: l'idée est que chaque tranche peut être émise à un prix qui est différent pour chaque tranche. Chaque tranche a donc un taux d'augmentation (IRR) différent.

Pour la valeur au livre la formule est la suivante:

équation 4

$$BookValue = (Va1 + Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1} - 1) + \dots + Vax + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx} - 1) + IPC)$$

$$BookValue = (Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1} - 1) + \dots + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx} - 1) + IPC)$$

où

Va1 est la valeur à l'émission de la tranche #1,
 Vax est la valeur à l'émission de la x^e tranche,
 IRR1 est le IRR de la tranche #1,
 IRRx est le IRR de la x^e tranche,
 Δt1 est le nombre d'années entre l'émission de la tranche #1 et la date de la position,
 Δtx est le nombre d'années entre l'émission de la x^e tranche et la date de la position,
 IPC sont les intérêts payables sur coupon.

Exemple #2a Soit un instrument sans coupon vendu en deux tranches. La première est vendue \$25,000 avec une valeur à échéance de \$50,000. La deuxième est vendue un mois plus tard à \$35,000 avec une valeur à échéance de \$50,000. L'instrument vient à échéance 24 mois après l'émission de la première tranche. La position à échéance durant le premier mois est de \$50,000. Après le premier mois, la position à échéance est de \$50,000 plus \$50,000 pour un total de \$100,000.

La position au livre à la fin du 2e mois sera la somme de la valeur au livre des deux tranches. Le "IRR" de la première tranche sera:

$$IRR1 = \frac{\ln\left(\left(\frac{50000 - 25000}{25000}\right) + 1\right)}{(24/12)}$$

$$IRR1 = 34,6574\%$$

Le "IRR" de la deuxième tranche sera:

$$IRR2 = \frac{\ln\left(\left(\frac{50000 - 35000}{35000}\right) + 1\right)}{(23/12)}$$

$$IRR2 = 18,6091\%$$

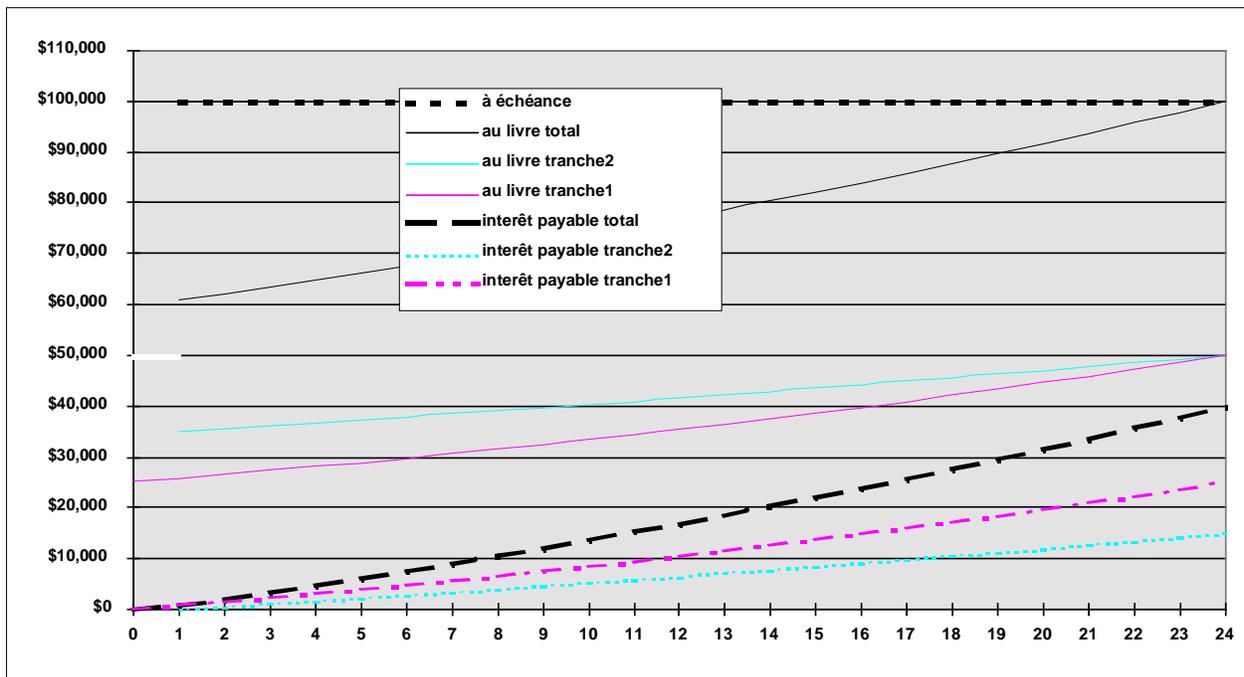
La position au livre sera:

$$BookValue = 25000 + 25000(e^{(0.346574 \times 2/12)} - 1) + 35000 + 35000(e^{(0.186091 \times 1/12)} - 1)$$

$$BookValue = 25000 + 1487 + 35000 + 547$$

$$BookValue = 62034$$

Le graphique montre l'évolution des positions à échéance et au livre ainsi que les intérêts payables sur amortissement pour chaque tranche et pour le total.



3.5. Remboursements sur émission par tranche

Les remboursements partiels fait sur un instrument émis par tranche seront séparés sur chaque tranche au prorata de leur montant, la référence pour le prorata étant bien sûr la valeur à échéance.

Exemple #2b Prenons les données suivantes. Soit un instrument sans coupon, émis en deux tranches: l'une vendue \$45,000 avec \$50,000 à échéance, l'autre vendue \$47,000 un mois plus tard avec \$50,000 à échéance. L'échéance est 24 mois après l'émission de la première tranche. Supposons maintenant que l'on fait un remboursement de \$25,000 à la fin du 6^e mois. Comme les deux tranches sont égales, 50% du remboursement se fera dans la première tranche et 50% dans la deuxième tranche.

La position à échéance de la première tranche devient:

$$ParValue1 = 50000 \times 75\%$$

$$ParValue1 = 37500$$

La position à échéance de la deuxième tranche devient:

$$ParValue2 = 50000 \times 75\%$$

$$ParValue2 = 37500$$

La position totale à échéance sera:

$$ParValue = 37500 + 37500 = 75000$$

La position au livre de la première tranche à la fin du 7^e mois devient:

$$BookValue1 = (45000 \times 75\%) + (45000 \times 75\%) \left(e^{(0.05268 \times 7/12)} - 1 \right)$$

$$BookValue1 = 34803$$

Celle de la deuxième tranche devient:

$$BookValue2 = (47000 \times 75\%) + (47000 \times 75\%) \left(e^{(0.032283 \times 6/12)} - 1 \right)$$

$$BookValue2 = 35824$$

La position totale au livre sera:

$$BookValue = 34803 + 35824 = 70627$$

3.6. Répartition géographique avec émission par tranche

Ce qui a été dit à la section "Répartition Géographique" plus haut dans ce document reste valide. En d'autres termes, le calcul de positions de chaque pays se fait au prorata de la position totale de l'instrument. Le calcul de la position à échéance ne pose pas de problème. Elle est calculée comme si l'instrument avait été émis en une seule tranche. Les choses se compliquent un peu pour la position au livre. Le facteur de prorata est composé de la valeur à échéance du pays détenteur divisée par la valeur à échéance totale émise de l'instrument. En insérant ce facteur dans la formule de position au livre on obtient:

équation 5

$$BookValue = (Va1(e^{IRR1 \times \Delta t1}) + \dots + Vax(e^{IRRx \times \Delta tx}) \times \frac{Vn}{Vnte} + IPC)$$

où

Va1 est la valeur à l'achat de la tranche #1,

Vax est la valeur à l'achat de la x^e tranche,

IRR1 est le IRR de la tranche #1,

IRRx est le IRR de la x^e tranche,

$\Delta t1$ est le nombre d'années entre l'émission de la tranche #1 et la date de la position,

Δtx est le nombre d'années entre l'émission de la x^e tranche et la date de la position,

Vn est la valeur nominale possédée par le pays concerné,

Vnte est la valeur nominale totale émise (c'est à dire sans tenir compte des retraits partiels) de l'instrument pour la date de la position,

IPC sont les intérêts payable sur coupon pour le pays

Ce qu'il est important de remarquer ici, c'est que l'indicateur de prorata ($Vn/Vnte$) change avec le temps car Vnte change avec le temps. Après l'émission de la tranche #1 Vnte est égale à la valeur à l'échéance de la tranche #1; après l'émission de la tranche #2 Vnte est égale à la somme des valeurs à l'échéance des tranches #1 et #2, etc.

4. Position au marché

Il y a deux façons de calculer la position au marché: la méthode de calcul dépend si l'instrument a été transigé durant le mois de la date de la position. Transigé ici veut dire que des parties de l'instrument ont changé de main entre le Canada et les autres pays.

Pour les instruments récemment transigés, c'est-à-dire durant le mois de la date de la position, voir la section "Position au marché pour instrument transigé". Pour les autres instruments voir la section "Position au marché pour instrument non transigé".

4.1. Position au marché pour instrument transigé

Dans le cas où un instrument a été transigé dans le mois de la date de la position, la position au marché est calculée à l'aide de la formule suivante en utilisant la moyenne des transactions du mois courant:

$$MarketValue = ParValue \times Moyene \left(\frac{|TrMarketValue| - ShortTermLoan}{|TrParValue|} \right)$$

où ParValue est la position à échéance,
ShortTermLoan est égal à l'intérêt payable sur coupon applicable au montant de la transaction,
TrMarketValue est la valeur payée de la transaction,
TrParValue est la valeur nominale de la transaction.

Pour les fins du calcul des positions, on utilise la transaction dite agrégée. Cette dernière est l'agrégation de toutes les transactions ayant eu lieu dans le mois. Il est donc vraisemblable que cette transaction agrégée sera composée de transactions avec plusieurs pays. Ainsi, pour le calcul de la position au marché, nous prendrons la moyenne de tous les pays vendeurs impliqués dans la transaction agrégée.

4.2. Position au marché pour instrument non transigé

Pour les instruments non transigés, un rendement sera déterminé à l'aide de tableaux de référence. Deux tableaux de référence seront utilisés à cette effet. L'un appelé "Taux de repère" contient des indices typiques du marché. Le deuxième tableau appelé "Différentiel" contient une correction à appliquer à une valeur de "repère". Voici par exemple à quoi pourrait ressembler ces deux tableaux.

5.2.1.1. Tableau Taux de repère

Repère	Secteur	Devise	Année avant l'échéance	Taux de repère par mois			
				01/95	02/95	03/95	etc...
BM1	Govt Canada	Cdn\$	3-5	8.5	8.5	8.3	
BM2	US Govt	US\$	1-3	8.6	8.7	8.4	
BM3	Japan obl.	Yen	>5	4.1	4.2	4.2	
BM4	Hydro Que	Euro US	3-5	8.1	8.2	8.1	

5.2.1.2. Tableau de Différentiels

Secteur	Devise	Années avant échéance				
		< 1	1-3	3-5	5-7	> 7
Fédéral Direct	Cdn\$	BM1+0.6	BM1+0.5	BM1+0	BM1+0	BM1+2.5
	Euro Cdn	BM1+0.6	BM1+0	BM1+1	BM1+1.5	BM1+3
	US\$	etc...				
	etc...					
Fédéral Enterprise	Cdn\$	BM1+0.6	BM1+0.5	BM1+0	BM1+0	BM1+2.5
	Euro Cdn	BM2+0.6	BM2+0	BM2+1	BM2+1.5	BM2+3
	US\$	etc...				
	etc...					
Prov. direct	Cdn\$	etc...				
etc...						

Pour déterminer le rendement pour un instrument non transigé, il faut d'abord faire une recherche au tableau "Différentiels" selon les variables Secteur, Devise et Années avant échéance. Le rendement est déterminé par la formule dans la case correspondante.

Une fois le rendement déterminé selon la méthode précédente, la formule suivante doit être utilisée pour obtenir la position au marché de l'instrument:

$$MarketValue = \frac{CouponRate \times ParValue \times \left(1 - \frac{1}{(1 + Yield)^t} \right)}{Yield} + \frac{ParValue}{(1 + Yield)^t}$$

où
 CouponRate est le taux d'intérêt sur coupon,
 ParValue est la position à échéance,
 t est le nombre d'années qui restent avant l'échéance ,
 Yield est le facteur tel que calculé plus haut.

5. Concept relatif au calcul d'intérêt sur coupon

5.1. Généralités

Les intérêts sur coupon représentent les revenus générés par un instrument. De leur côté, les intérêts sur amortissement représente la différence entre la valeur à l'émission et la valeur à l'échéance. Les intérêts sur amortissement seront traités plus loin.

Le calcul des intérêts sur coupon suit un modèle linéaire.

Il y a deux façons d'exprimer les intérêts sur coupon pour un instrument. L'une d'elle est en utilisant un taux d'intérêt, l'autre est en spécifiant un montant forfaitaire pour une période donnée. Les deux sections qui suivent expliquent comment calculer un montant d'intérêt en général. Les cas spécifiques tel que intérêts courus, payables, payés seront traités par la suite.

5.1.1. Calcul d'un intérêt à l'aide d'un taux d'intérêt

Lorsque les intérêts sont exprimés à l'aide d'un taux d'intérêt, le montant est déterminé par la formule suivante:

$$\text{équation 6} \qquad \text{Interêt} = \text{ParValue} \times \text{Tx} \times \Delta t$$

où ParValue est la position "Parvalue" tel que calculée plus haut,
Tx est le taux d'intérêt,
 Δt est la période exprimée en année.

Exemple #3 Soit un instrument de valeur à échéance de \$100 000. Soit un taux d'intérêt de 8.5% payable deux fois par année.

La valeur des intérêts courus à la fin du troisième mois sera:

$$\text{Accrual} = 100000 \times 0.085 \times \frac{3}{12}$$

$$\text{Accrual} = 2125$$

5.1.2. Calcul d'un intérêt à partir d'un montant forfaitaire

Si les intérêts sont exprimés avec un montant forfaitaire, la formule suivante détermine le montant applicable à une fraction de la période de paiement.

$$\text{équation 7} \qquad \text{Interet} = \text{Paiement} \times \frac{\Delta t}{\text{PaiePer}}$$

où Paiement est le montant du paiement,
 Δt est la période exprimée en années,
PaiePer est la période totale applicable au paiement.

Le montant du paiement pour un pays donné est déterminé au prorata de la valeur à échéance totale courante. Ainsi la formule précédente devient:

$$\text{équation 8} \qquad \text{Interet} = \text{Paiement} \times \frac{\Delta t}{\text{PaiePer}} \times \frac{Vn}{Vntc}$$

où Paiement est le montant du paiement,
 Δt est la période exprimée en année,
PaiePer est la période total applicable au paiement,
Vn est la valeur nominale détenue dans le pays en question,
Vntc est la valeur nominale total courante de l'instrument.

Exemple #4 Soit un instrument ayant une valeur d'échéance de \$100 000. Un paiement d'intérêt de \$5 000 est prévu à la fin du 6e mois.

La valeur des intérêts courus à la fin du troisième mois sera:

$$Accrual = 5000 \times \frac{12}{6} \times \frac{3}{12}$$

$$Accrual = 5000 \times \frac{3}{6}$$

5.1.3. Intérêt couru sur coupons

Les intérêts courus représentent les revenus générés par un instrument pour une période donnée. Ordinairement les intérêts courus sont calculés pour un mois donné: dans ce cas le début de la période est le premier jour du mois, la fin, le dernier jour. Les équation 6 et équation 7 sont applicables selon le cas.

Dans le cas où un paiement a eu lieu pendant le mois, les intérêts courus sont égaux à la somme des intérêts courus entre le début du mois et le paiement et entre le paiement et la fin du mois. Dans le cas des intérêts à court terme, le fait d'avoir un paiement dans la période de référence n'a pas d'impact sur la valeur des intérêts courus: le montant est le même que s'il n'y avait pas de paiement. Ceci est dû au fait que les intérêts sur coupon suivent un modèle linéaire.

Une autre définition des intérêts courus est la différence entre les intérêts payables à la fin de la période (habituellement un mois) et les intérêts payables au début de la période. Ceci est vrai si et seulement s'il n'y a pas de paiement pendant le mois.

5.1.4 Intérêt payable sur coupons

Les intérêts payables sont définis comme étant les intérêts accumulés depuis le dernier paiement. Si les intérêts sont exprimés à l'aide d'un taux d'intérêt alors l'équation 6 est applicable. Si les intérêts sont exprimés à l'aide d'un montant forfaitaire alors l'équation 7 est applicable. Dans les deux cas, Δt est le temps écoulé depuis le dernier paiement (ou l'émission).

Une définition équivalente des intérêts payables est la somme des intérêts courus depuis le dernier paiement. Ceci est vrai pour l'instrument au complet. Ce n'est pas vrai pour un pays en particulier. Dans ce dernier cas, les intérêts payables sont calculés au prorata de la valeur à échéance à la date de calcul.

Les intérêts payables se rapportent à une date et non un intervalle de temps. Les intérêts courus (voir ci-bas) se rapportent eux à un intervalle de temps.

5.1.5. Intérêt payé sur coupons

Le montant des intérêts payés est égal au montant des intérêts payables le jour du paiement.

5.2 Changement de la valeur de position

Dans le cas où il se produit une modification de la position à l'échéance à l'intérieur d'une période de calcul d'intérêt couru, le montant total des intérêts courus sera la somme des intérêts courus calculés pour chacune des périodes stables. Ceci est valable pour tout changement c'est-à-dire nouvelle émission, remboursement, changement géographique, etc.

6. Calcul d'intérêt sur amortissement

Le concept d'intérêt sur amortissement a été introduit plus tôt dans la section sur les différentes valeurs de positions. On appelle intérêt sur amortissement l'augmentation de la position au livre.

6.1 Intérêt couru sur amortissement

La formule suivante sert à calculer les intérêts courus sur escompte:

$$DiscAccrual = V1(e^{IRR \times t2} - e^{IRR \times t1})$$

où V1 est la valeur à l'émission de l'instrument,
IRR est le taux d'augmentation du capital du à l'amortissement,
t1 est le temps écoulé entre le début de la période de calcul et l'émission,
t2 est le temps écoulé entre la fin de la période de calcul et l'émission.

De façon plus générale, si on tient compte des tranches et de la distribution géographique, la formule précédente devient:

$$DiscAccrual = (Va1(e^{IRR1 \times t12} - e^{IRR1 \times t11}) + \dots + Vax(e^{IRRx \times t2x} - e^{IRRx \times t1x})) \frac{Vn}{Vnte}$$

où Va1 est la valeur à l'émission de la tranche #1,
Vax est la valeur à l'émission de la x^e tranche,
IRR1 est le IRR de la tranche #1,
IRRx est le IRR de la x^e tranche,
t11 est le temps écoulé entre le début de la période de calcul et l'émission de la tranche #1,
t21 est le temps écoulé entre la fin de la période de calcul et l'émission de la tranche #1,
t1x est le temps écoulé entre le début de la période de calcul et l'émission de la x^e tranche,
t2x est le temps écoulé entre la fin de la période de calcul et l'émission de la x^e tranche,
Vn est la valeur nominale possédée par le pays,
Vnte est la valeur à l'échéance totale émise (c'est-à-dire sans tenir compte des remboursements partiels) de l'instrument pour la date de la position.

6.2 Intérêt payable sur amortissement

Les intérêts payable sur amortissement utilisent la même formule que les intérêts courus sauf que la variable t1 vaut zéro. Une fois réduite la formule devient:

$$DiscPayable = V1(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1)$$

où V1 est la valeur à l'émission de l'instrument,
IRR est le taux d'augmentation du capital,
 Δt est le temps écoulé entre le début de la période de calcul et l'émission.

De façon plus générale, si on tient compte des tranches et de la distribution géographique, la formule précédente devient:

$$DiscPayable = (Val(e^{(IRR1 \times \Delta t1)} - 1) + \dots + Vax(e^{(IRRx \times \Delta tx)} - 1)) \frac{Vn}{Vnte}$$

- où
- Va1 est la valeur à l'émission de la tranche #1,
 - Vax est la valeur à l'émission de la x^e tranche,
 - IRR1 est le IRR de la tranche #1,
 - IRRx est le IRR de la x^e tranche,
 - $\Delta t1$ est le temps écoulé entre la date courante et l'émission de la tranche #1,
 - Δtx est le temps écoulé entre la date courante et l'émission de la x^e tranche,
 - Vn est la valeur à l'échéance détenue par le pays
 - Vnte est la valeur à l'échéance totale émise (c'est à dire sans tenir compte des remboursements partiels) de l'instrument pour la date de la position.

6.2 Intérêt payable sur amortissement

La plupart des obligations sont rachetées à l'échéance. La différence entre le prix de l'émission et la valeur à l'échéance représente l'intérêt qui a été amorti (l'intérêt payable sur coupon est réduit à zéro lorsque le coupon est payé).

Cependant, lorsqu'il y a remboursement avant échéance, l'intérêt sur amortissement sera déterminé selon la formule suivante:

$$DiscPaid = V1(e^{(IRR \times \Delta t)} - 1) \frac{Vt}{Vnte}$$

- où
- Vt est la valeur à l'échéance
 - V1 est la valeur au livre au moment du remboursement
 - IRR est le IRR de la tranche
 - Δt est le temps écoulé entre la nouvelle émission et le remboursement partiel
 - Vnte est la valeur totale à échéance (c'est-à-dire vous tenir compte des remboursements partiels) de l'instrument pour la date de la position

Lorsqu'il y a plusieurs tranches, la formule suivante représente l'intérêt payé sur l'amortissement:

$$DiscPaid = (Val(e^{(IRR1 \times \Delta t1)} - 1) + \dots + (Val(e^{(IRR1 \times \Delta t1)} - 1))) \frac{Vt}{Vnte}$$

- où
- Va1 est la valeur à l'émission de la tranche #1,
 - Vax est la valeur à l'émission de la x^e tranche,
 - IRR1 est le IRR de la tranche #1,

IRR_x est le IRR de la x^e tranche,
Δt 1 est le nombre d'années entre l'émission de la tranche #1 et la date de la position,
Δtx est le nombre d'années entre l'émission de la x^e tranche et la date de la position,
V_{nte} est la valeur totale à l'échéance(c'est-à-dire sans tenir compte des remboursements
partiels)
de l'instrument pour la date de la position,

Annexe A. Vocabulaire

La définition de quelques termes.

A.1. Instrument non transigé

L'expression "instrument non transigé" est généralement utilisé pour indiquer que l'instrument n'a pas été vendu sur le marché secondaire durant un mois donné. On dira qu'un instrument a été vendu sur le marché secondaire s'il y a eu une ou des transactions "sur cet instrument".

A.2. Intérêt couru

Intérêt accumulé pendant une période donnée, par exemple le mois de mars 1995. Ceci est un élément du compte courant.

A.3. Intérêt payable

Intérêt accumulé depuis le dernier paiement d'intérêt. Ceci est un élément du bilan. Le changement dans l'intérêt payable est un élément du compte de capital.

A.4. Paiement forfaitaire

Montant d'intérêt exprimé par un montant fixe.

A.5. Position au livre

Valeur d'un instrument en tenant compte des intérêts payables. Ceci est un élément du bilan.

A.6. Position au marché

Valeur à laquelle l'instrument se transige (on se serait transigé) dans le marché à un moment donnée. Ceci est un élément de position.

A.7. Position nominale

Valeur d'un instrument à échéance. Aussi appelé valeur au pair. Ceci est un élément de bilan.

A.8. Taux d'intérêt

Pourcentage de la valeur à échéance exprimant le montant des intérêts à des intervalles périodiques.

Annexe B. Origine des équations

Les équation 1 et équation 2 sont utilisées pour couvrir l'intérêt à l'amortissement pour une période de donnée. La portion pour couvrir l'intérêt dû à l'amortissement est la suivante.

$$Ac = V1 \left(\left(e^{IRR \times t2} - 1 \right) - \left(e^{IRR \times t1} - 1 \right) \right)$$

où V1 est la valeur d'émission de l'instrument,
IRR est le taux d'intérêt ("Internal Return Rate"),
t1 est le début de la période,
t2 est la fin de la période.

L'équation précédente, une fois réduite donne ce qui suit:

$$Ac = VI(e^{IRR \times t2} - e^{IRR \times t1})$$

Annexe C. Origine des équations, démonstration formelle

De façon plus rigoureuse, voici une démonstration mathématique de l'origine de l'équation présentée à l'annexe B. Cette section démontre comment dériver les équations du modèle à intérêt composé sur une base continue en partant de l'équation du modèle à intérêt composé sur une base discrète.

Le modèle composé discret suit la loi suivante:

$$VI(1+i)^n = V2$$

où i est le taux utilisé pour chaque "capitalisation" et n est le nombre de "capitalisation".

Soit n exprimé en année, soit j le taux annuel de telle sorte que le taux de capitalisation pour x période par année est j/x ,

Le modèle devient:

$$VI\left(1 + \frac{j}{x}\right)^{xn} = V2$$

L'exposant " xn " vient du fait que si on capitalise x fois par année alors il y aura n fois x capitalisation dans n années.

Maintenant que ce passe-t-il si on capitalise une infinité de fois dans une année. Le calcul différentiel

nous dit que la limite de l'expression, $\left(1 + \frac{j}{x}\right)^x$ quand x tend vers l'infini, est e^j . Donc, lorsque x tend vers l'infini, le modèle devient:

$$VIe^{jn} = V2$$

Cette dernière formule est à l'origine des formules 1 et 2 trouvées dans ce document. Ainsi, avec un peu de manipulation on obtient assez facilement les équations suivantes:

$$j = \frac{\ln\left(\frac{V2}{VI}\right)}{n}$$

qui est la formule de calcul du IRR,

$$Ac = VI(e^{jn_2} - e^{jn_1})$$

qui est la formule de calcul des intérêts courus sur amortissement tel qu'utilisé dans le système DIS précédent et l'actuel système.