Techniques d'enquête, décembre 1986
Vol. 12, n° 2, pp. 157–166
Statistique Canada

La désaisonnalisation additive et la désaisonnalisation multiplicative en présence de variations rapides de la tendance-cycle[1]

GUY HUOT et NAZIRA GAIT[2]

RÉSUMÉ

La désaisonnalisation d'une série temporelle n'est pas une procédure simple, en particulier lorsque le niveau d'une série a presque doublé en un an. La récession de 1981-82 a eu un fort impact très brusque non seulement sur la structure des séries, mais également sur l'estimation de la tendance-cycle et de la composante saisonnière à la fin de la série. Des problèmes de désaisonnalisation sérieux peuvent se poser. On peut citer comme exemple la sélection du mauvais modèle de décomposition, qui peut se traduire par un sous-ajustement des mois à saisonnalité élevée et par un sur-ajustement dans le cas des mois à saisonnalité faible. Ce modèle peut également donner un faux point de retournement. Les auteurs analysent ces deux aspects de l'interaction entre une récession grave et la désaisonnalisation.

MOTS CLÉS: Modèles de décomposition; ARMMI; relations avance-retard.

1. INTRODUCTION

Les années 1981 et 1982 ont été des années atypiques affectées par une grave récession. Cette dernière a eu un effet profond sur l'évolution et la structure des séries temporelles économiques et par conséquent sur leur désaisonnalisation. Les séries désaisonnalisées sont nécessaires pour poser le diagnostic de la santé socio-économique d'un pays. À leur tour, les politiques économiques et sociales qui reposent sur ces données se répercutent sur les décisions dans les secteurs privé et public. Cette récession par conséquent soulève un grand nombre de questions. On peut en conclure très vite qu'un examen de la désaisonnalisation s'impose.

Les séries retenues ici sont: les demandes de prestations initiales et renouvelées reçues (prestations d'assurance-chômage) et les bénéficiaires. Il est difficile de voir comment leur tendance et leur cycle évoluent lorsque ces séries sont contaminées par la saisonnalité, à savoir, ici, les facteurs climatiques et institutionnels infra-annuels. La désaisonnalisation permet de mieux détecter les tendances fondamentales telles que les points de retournement et l'évolution de l'état actuel de l'économie.

On se propose dans cette communication d'analyser certains aspects de l'interaction entre une récession grave et la désaisonnalisation. En une seule année, en 1981, cette récession s'est traduite par pratiquement le doublement du nombre de bénéficiaires. Une forte augmentation aussi brusque soulève des questions à propos de la structure de la série, le choix du modèle de décomposition X-11-ARMMI, la détermination des points de retournement à la fin de la série et l'utilisation des prévisions ARMMI pour la désaisonnalisation.

Dans la section 2, on examine deux importantes conséquences de l'emploi d'un mauvais modèle de décomposition, à savoir un sur-ajustement et un sous-ajustement systématiques des séries et la possibilité d'obtenir un faux point de retournement à la fin de la série. À la section 3, on utilise la relation avance-retard entre les séries des demandes de prestations et des bénéficiaires pour aider à la désaisonnalisation de cette dernière série.

---

[1] Cette communication a été présentée à la 145 réunion annuelle de l'American Statistical Association, Las Vegas, Nevada, 1985.

[2] Guy Huot, Division des séries chronologiques recherche et analyse, Statistique Canada. N. Gait, Université de Sao Paulo, Brésil, en visite à Statistique Canada au moment de la rédaction.

Les prévisions ARMMI aident en général à réduire la révision des coefficients saisonniers et peuvent aider à mieux identifier les points de retournement à la fin de la série. Cette question sera abordée à la section 4.

2. MODÈLES DE DÉCOMPOSITION POUR LA DÉSAISONNALISATION

La plupart des séries des demandes de prestations et des bénéficiaires ont des caractéristiques semblables, aussi avons-nous décidé d'étudier une série de demandes de prestations et une série de bénéficiaires qui peuvent clairement illustrer quelques-uns des problèmes propres à la désaisonnalisation en récession grave. Il convient de noter que les résultats de notre analyse sont également valides pour une brusque et forte expansion au sein de l'économie. C'est la brusque et importante variation du niveau de la série entraînée par la récession ou par l'expansion qui est importante.

Le programme X-11-ARMMI (Dagum 1980) servira à la désaisonnalisation de ces séries. Le programme est appliqué à la série des demandes de prestations et à celle des bénéficiaires, et utilise les données à partir de janvier 1973 et mai 1975 respectivement jusqu'en février 1983.

Le programme X-11-ARMMI donne trois modèles de décomposition pour l'estimation des composantes des séries temporelles. Le programme suppose une relation additive entre les composantes

$$O_t = \mathrm{TC}_t + S_t + I_t \tag{2.1}$$

ou multiplicative

$$O_t = \mathrm{TC}_t S_t I_t \tag{2.2}$$

ou log additive

$$\log O_t = \log \mathrm{TC}_t + \log S_t + \log I_t \tag{2.3}$$

où O désigne la série observée et brute; TC est la tendance-cycle, S et I sont les composantes saisonnière et irrégulière et t, le temps.

La désaisonnalisation consiste à supprimer la variation saisonnière S_t des données brutes O_t, ce qui donne une série désaisonnalisée, consistant en TC_t et I_t. Afin de savoir si une série donnée contient une forte saisonnalité et, dans l'affirmative, si un modèle additif ou multiplicatif donne le meilleur ajustement, il est possible d'effectuer un test de présence de saisonnalité et un test de modèle sur les séries (Higginson, 1977). Le premier test révèle que les deux séries contiennent une très forte saisonnalité. Selon le deuxième test, le modèle multiplicatif ajuste mieux la série des bénéficiaires, lorsqu'on le teste pour la période mai 1975 - juin 1981. Lorsque la série est prolongée jusqu'en février 1983, en prenant en compte l'impact de la récession, le modèle additif donne un meilleur ajustement. Par contre, le test du modèle ne favorise ni le modèle additif, ni le modèle multiplicatif, pour la série des demandes de prestations.

On ajuste habituellement la série en utilisant un seul modèle, mais la figure 1 présente la série des bénéficiaires, corrigée par les deux modèles, mais sans l'option ARMMI. En 1980 et 1981, la différence entre les corrections additive et multiplicative a été petite par rapport à la différence observée en 1982.

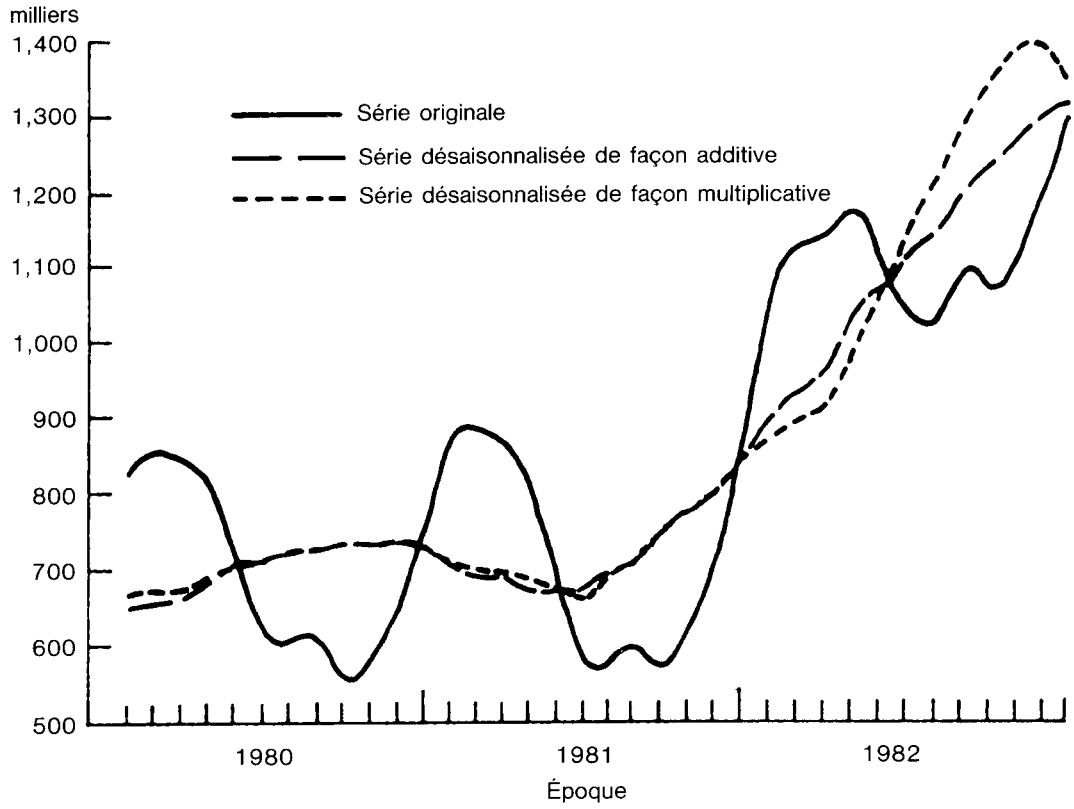


Figure 1. Bénéficiaires

Le modèle multiplicatif suppose que la variation saisonnière est proportionnelle au niveau de la tendance-cycle. En 1982, l'amplitude saisonnière n'a pas augmenté de cette façon. Par conséquent, l'emploi du modèle multiplicatif se traduira probablement par une surestimation de cette dernière entre juin et novembre, qui sont les mois à saisonnalité faible. Comme le montre la figure 1, en sous-estimant le nombre de bénéficiaires saisonniers, le modèle multiplicatif a considérablement surestimé le nombre de bénéficiaires désaisonnalisés. L'inverse est également vrai.

Le modèle additif, par contre, ne suppose pas que les composantes de la série évoluent de façon proportionnelle. La figure 1 confirme que la tendance-cycle a augmenté, tandis que l'amplitude saisonnière est restée constante. Le modèle additif fournit par conséquent la meilleure désaisonnalisation. Il a donné de meilleurs résultats en 1982 que le modèle multiplicatif, et il est acceptable en 1980 et en 1981.

Au milieu de l'année 1982, il n'était pas facile de dire lequel des deux modèles, l'additif ou le multiplicatif, ajusterait le mieux la série des bénéficiaires. Comme cette série a été ajustée de façon multiplicative jusqu'en juin 1981, on pourrait normalement continuer de le faire en 1982. En 1982, y a-t-il eu des indices ou des preuves révèlant que le modèle multiplicatif ne convenait plus?

L'acceptation ou le rejet d'un modèle, dans le contexte d'une forte et brusque variation du niveau d'une série, doit visiblement reposer sur une analyse poussée des données. L'ensemble de statistiques du contrôle de la qualité inclus dans le programme X-11-ARMMI n'est pas destiné à détecter ce genre de problème dans le modèle. Dans cette expérience avec le modèle multiplicatif, aucune des dix statistiques de contrôle individuelles n'a fonctionné. Cependant, le test F de présence de saisonnalité mobile a révélé la présence d'une saisonnalité mobile croissante en 1982 dans les ratios finals SI non modifiés.

En plus d'un sur-ajustement et d'un sous-ajustement systématiques de la série, une autre conséquence de l'emploi d'un mauvais modèle de décomposition est la possibilité d'obtenir un point de retournement faux à la fin de la série.

Supposons qu'un point de retournement cyclique se produit si la série désaisonnalisée fait ressortir un changement de direction qui persiste pendant au moins cinq mois. Une fois que la série des bénéficiaires a été désaisonnalisée de façon multiplicative, la figure 1 révèle la présence possible d'un point de retournement vers le mois d'octobre 1982 lorsque la tendance à la hausse devient brusquement une tendance à la baisse. Ce point de retournement semble confirmé lorsque la série se terminant en décembre 1982 est prolongée d'un mois. La série désaisonnalisée de façon additive, par contre, ne fait ressortir aucun point de retournement. Les deux résultats sont donc contradictoires. Ainsi, ou bien le modèle multiplicatif indique un faux point de retournement, ou bien le modèle additif manque ce dernier.

Il n'est pas si facile de montrer que le modèle multiplicatif a signalé un faux point de retournement. Le modèle multiplicatif a créé un point de retournement vers octobre 1982. Le tableau 1 révèle qu'à très court terme, la mise à jour de la série n'efface pas ce point de retournement.

Tableau 1

Série des bénéficiaires désaisonnalisée de façon multiplicative
(milliers, juillet 1982 - février 1983)

Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Janv.	Fév.
124	131	140					
124	130	140	142				
124	130	140	141	141			
124	130	140	142	138	131		
123	130	140	142	141	131	121	
123	129	139	142	141	134	121	123

3. RELATION AVANCE-RETARD ENTRE LA SÉRIE DES DEMANDES DE PRESTATIONS ET LA SÉRIE DES BÉNÉFICIAIRES

Les indicateurs avancés sont sensibles à l'évolution de la conjoncture. Il s'agit de mesures des attentes ou des nouveaux engagements, et comme tels, ils donnent une indication préliminaire des changements attendus dans la tendance-cycle des indicateurs coïncidants et retardés.

La figure 2 montre la série des demandes de prestations comme un indicateur avancé de la série des bénéficiaires. La performance des indicateurs désaisonnalisés peut être testée à partir des critères de Klein et Moore (1982). Les deux séries satisfont à ces critères. D'abord, la correspondance entre les séries est de un à un, c'est-à-dire que le nombre de cycles est le même dans chaque série. Ensuite, il y a uniformité de période, les demandes de prestations étant toujours en avance. Enfin, il s'agit de séries mensuelles qui sont courantes, ou à jour. Par conséquent, la série des demandes de prestations va probablement prédire une variation à la hausse ou à la baisse de la tendance de la série des bénéficiaires.

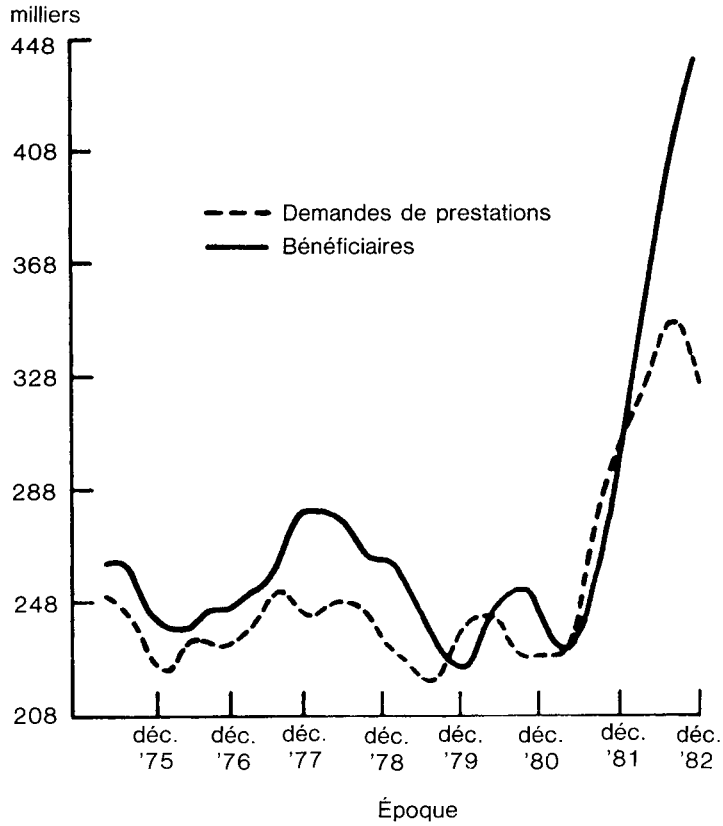


Figure 2. Demandes de prestations et bénéficiaires. Le nombre de bénéficiaires a été divisé par trois afin de rendre compatible l'échelle des deux séries.

La relation avance-retard entre les deux séries peut aider à la désaisonnalisation de la série des bénéficiaires. Elle réduit la probabilité de considérer par erreur un retournement irrégulier comme un point de retournement cyclique. La figure 2 montre que septembre 1982 est un point de retournement dans la série des demandes de prestations désaisonnalisée de façon multiplicative. C'est également le cas de la désaisonnalisation additive de la série. Comme les corrélations recoupées entre les deux séries font ressortir une relation avance-retard de cinq à six mois, le point de retournement de septembre 1982 de la série des demandes de prestations signifie que le modèle multiplicatif appliqué à la série des bénéficiaires a signalé un faux point de retournement vers octobre 1982. Cependant, l'indicateur avancé prédit un point de retournement vers mars 1983 dans la série des bénéficiaires.

4. EXTRAPOLATIONS ARMMI

Un procédé optimal de désaisonnalisation doit minimiser la révision des coefficients saisonniers courants et doit également donner des estimations fiables de la tendance-cycle, en particulier des points de retournement, à la fin de la série (Dagum 1979). L'analyse présentée dans les sections précédentes repose sur des données désaisonnalisées sans l'option ARMMI. Dans la présente section, nous allons nous attacher à l'utilisation des prévisions ARMMI comme variable qui peut fournir une identification précise des points de retournement.

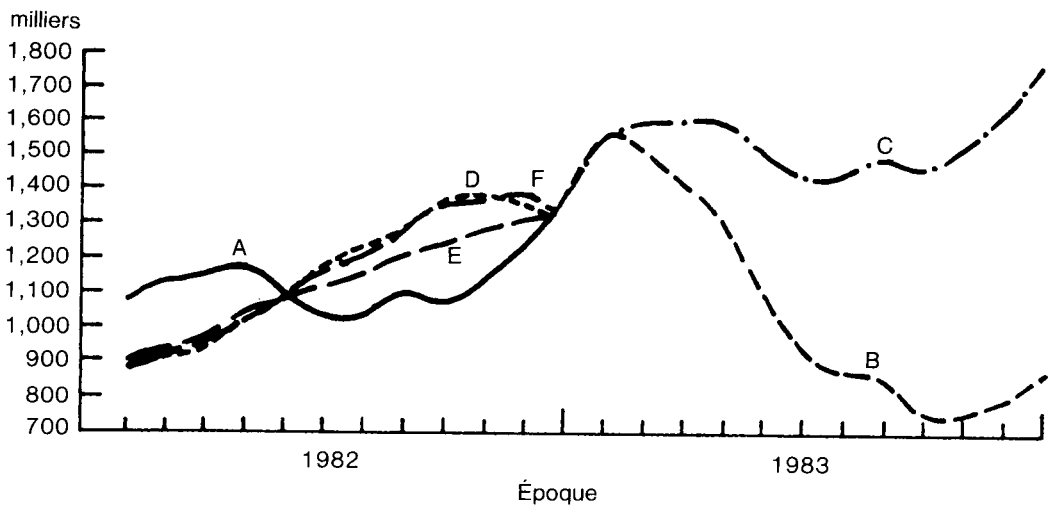
Le programme automatique X-11-ARMMI se déroule comme suit:

1. Trois modèles univariés ARMMI de la forme multiplicative générale $(p,d,q)\ (P,D,Q)_s$ (Box and Jenkins 1970) sont ajustés à la série mensuelle ou trimestrielle qui doit être désaisonnalisée. Les modèles sont

$$(0,1,1)\ (0,1,1)_s$$
$$(0,2,2)\ (0,1,1)_s$$
$$(2,1,2)\ (0,1,1)_s$$

   lorsque la série est désaisonnalisée de façon additive. Dans le cas d'une désaisonnalisation multiplicative, les mêmes modèles sont utilisés et les transformations log sont appliquées aux données pour les deux premiers modèles.
2. La série est extrapolée une année d'avance, et
3. à condition que les extrapolations soient acceptables, on applique alors la méthode ordinaire X-11 à la série ainsi prolongée.

La figure 3 présente la série des bénéficiaires désaisonnalisée à la fois de façon additive et de façon multiplicative avec les options automatiques X-11-ARMMI. Les modèles ARMMI qui ajustent et prédisent le mieux la série se terminant en décembre 1982 sont (0,2,2) $(0,1,1)_{12}$, lorsque la série est désaisonnalisée de façon additive, et log (0,2,2) $(0,1,1)_{12}$ lorsqu'elle l'est de façon multiplicative. Le modèle log (0,2,2) $(0,1,1)_{12}$ a prévu une diminution de la série, tandis que le modèle (0,2,2) $(0,1,1)_{12}$ a conservé la tendance à la hausse.



A. Série originale
B. Extrapolations utilisant log (0,2,2)(0,1,1)
C. Extrapolations utilisant (0,2,2)(0,1,1)
D. Désaisonnalisation multiplicative utilisant des extrapolations ARMMI avec log (0,2,2)(0,1,1)
E. Désaisonnalisation additive utilisant des extrapolations ARMMI avec (0,2,2)(0,1,1)
F. Désaisonnalisation multiplicative utilisant des extrapolations ARMMI avec (0,2,2)(0,1,1)

Figure 3. Série des bénéficiaires désaisonnalisée de façon additive et multiplicative avec différentes extrapolations ARMMI

La figure 3 présente la désaisonnalisation multiplicative de la série des bénéficiaires utilisant à la fois les extrapolations de la tendance à la hausse et de la tendance à la baisse. On peut constater, en la comparant à la figure 1, que les extrapolations ARMMI ne modifient pas les estimations multiplicatives de la tendance-cycle de l'année précédente. Le modèle multiplicatif indique toujours un point de retournement vers le mois d'octobre (tendance à la baisse, transformation log). Le modèle multiplicatif appliqué soit à la série des bénéficiaires non prolongée (figure 1), soit à la série prolongée, est donc douteux.

À la fin de 1983, on peut constater que le vrai point de retournement s'est produit en fait vers février 1983. Par conséquent, le point de retournement d'octobre ou de novembre 1982 peut difficilement être rectifié par extrapolation lorsque il est déterminé par un choix erroné du modèle de décomposition.

Le sur-ajustement et le sous-ajustement et les problèmes d'identification des points de retournement se sont produits dans d'autres séries également. Ainsi, la figure 4 présente la série des "prestations versées" dans le cas d'une désaisonnalisation multiplicative avec des données réelles allant jusqu'à la fin de 1984. La série désaisonnalisée tend à osciller de façon systématique autour de la courbe de la tendance-cycle au point de retournement, surestimant et sous-estimant à la fois ainsi les prestations versées. Après le point de retournement, l'oscillation se fond dans la courbe de la tendance-cycle, ce qui signifie que le modèle multiplicatif donne de mauvais résultats autour du point de retournement. Notons que cette série se caractérise par de fortes variations des jours ouvrables, qui ont été également supprimées.

5. SÉLECTION DE LA PROCÉDURE DE DÉSAISONNALISATION OPTIMALE

La figure 5 résume les critères de désaisonnalisation qu'il faut prendre en compte pour régler les problèmes posés par l'interaction de la récession de 1981-82 et la désaisonnalisation des séries des bénéficiaires et des demandes de prestations. La sélection de la meilleure méthode de désaisonnalisation a été faite principalement à partir du premier critère.

Afin d'éviter la sur-estimation et la sous-estimation et de faux points de retournement dans les chiffres désaisonnalisés, il faut choisir le bon modèle de décomposition. Les données doivent faire l'objet d'une analyse méticuleuse, comme suit:

1. Effectuer un test de modèle sur les séries.
2. Désaisonnaliser la série à la fois de façon additive et multiplicative, si cela en vaut la peine. Si la différence entre les deux désaisonnalisations devient importante, comme à la figure 1, il faut vérifier la présence de sous-ajustement dans les mois de saisonnalité élevée et de sur-ajustement dans les mois de saisonnalité faible. Il faut également considérer le tableau D8 du programme X-11-ARMMI pour les tests F afin de vérifier la présence de saisonnalité stable et de saisonnalité mobile. Le modèle de décomposition qui ajuste mieux la série aura habituellement la valeur F plus élevée pour la saisonnalité stable, et la valeur F plus basse pour la saisonnalité mobile.
3. Vérifier les points de retournement. Dans le cas de la série des demandes de prestations, les deux modèles de décomposition ont indiqué un point de retournement en août ou septembre 1982. Par contre, dans le cas de la série des bénéficiaires, seul le modèle multiplicatif a indiqué un point de retournement en octobre 1982. Par conséquent, ou bien le modèle multiplicatif signale un faux point de retournement, ou bien le modèle additif manque ce dernier. L'analyse a révélé que ce point de retournement était faux, résultant d'une sur-estimation considérable du nombre désaisonnalisé de bénéficiaires dans les mois de saisonnalité faible, comme l'indique la figure 1.

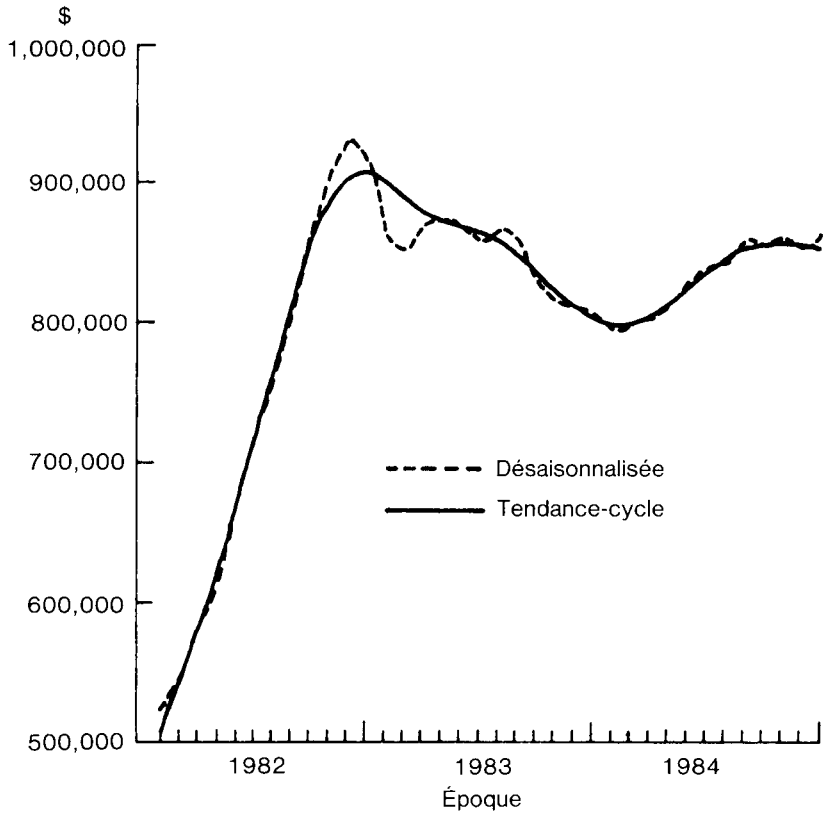


Figure 4. Prestations versées (Désaisonnalisation multiplicative).

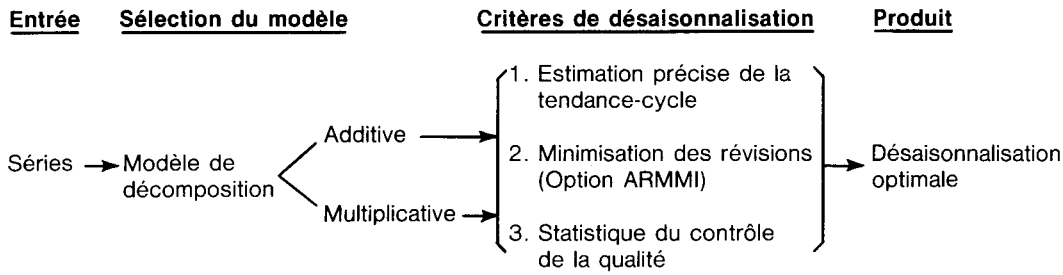


Figure 5. Procédures optimales de désaisonnalisation

4. Utiliser une approche bivariée ou multivariée pour estimer de façon précise les points de retournement à la fin de la série. La relation avance-retard entre les demandes de prestations et les bénéficiaires peut contribuer à désaisonnaliser la série des bénéficiaires. Elle réduit la probabilité de considérer un point de retournement irrégulier comme un point de retournement cyclique. Comme l'avance est d'environ de cinq à six mois, le point de retournement de septembre 1982 dans la série des demandes de prestations confirme que le modèle multiplicatif appliqué à la série des bénéficiaires a indiqué un faux point de retournement en octobre 1982. Cependant, l'indicateur avancé prédit un point de retournement vers mars 1983 dans la série des bénéficiaires.
5. Utiliser l'option ARMMI avec des coefficients saisonniers coïncidants. Elle donne habituellement des révisions plus petites aux coefficients saisonniers lorsqu'une désaisonnalisation additive ou multiplicative est effectuée. Cependant, un faux point de retournement peut difficilement être corrigé par extrapolation, lorsque il est imputable au choix du mauvais modèle de décomposition.
6. Vérifier les données brutes et désaisonnalisées. On ne peut se fier à des tests uniquement. Ainsi, l'ensemble de statistiques de contrôle de la qualité inclus dans le programme X-11-ARMMI n'est pas destiné à détecter une sous-estimation ou une sur-estimation de la série ou de faux points de retournement.
7. Toutes les recommandations ci-dessus sont valables si la série n'est pas très affectée par les fluctuations des jours ouvrables. Si de telles fluctuations sont présentes, il faut les éliminer avant d'utiliser l'option ARMMI.

6. CONCLUSION

La désaisonnalisation d'une série temporelle n'est pas une procédure simple, en particulier lorsque le niveau d'une série a presque doublé en tout juste un an. La récesion de 1981-82 a eu un fort impact très brusque non seulement sur la structure de la série, mais sur l'estimation de la tendance-cycle et de la composante saisonnière à la fin de la série. Par conséquent, il faut s'attendre à de sérieux problèmes de désaisonnalisation. L'analyse de la série des bénéficiaires a révélé que la sélection du mauvais modèle de décomposition se traduit par une sur-estimation considérable des chiffres désaisonnalisés pour les mois à saisonnalité faible. L'inverse est également vrai. De plus, on a relevé un faux point de retournement.

BIBLIOGRAPHIE

BOX, G.E.P., et JENKINS, G.M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* San Francisco: Holden Day.

DAGUM, E.B. (1979). Data Extrapolation and smoothing with the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method. *Proceedings of the 12th Annual Symposium Interface Computer Science and Statistics,* (ed. Jane F. Gentleman), University of Waterloo, 195-202.

DAGUM, E.B. (1980). *The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method.* Statistics Canada, Catalogue No. 12-564E.

HIGGINSON, J. (1977). *User Manual for the Decomposition Test.* Time Series Research and Analysis Division, Statistics Canada, Reference No. 77-01-001.

KLEIN, P.A., et MOORE, G.H. (1982). *The Leading Indicator Approach to Economic Forecasting Retrospect and Prospect.* Center for International Business Cycle Research, Rutgers University, Newark, N.J.