No 11-522-XIF au catalogue

La série des symposiums internationaux de Statistique Canada - Recueil

Symposium 2005 : Défis méthodologiques reliés aux besoins futurs d'information

2005

Statistique Canada Statistics Canada

Canada

Recueil du Symposium 2005 de Statistique Canada
Défis méthodologiques reliés aux besoins futurs d'information

COEFFICIENT DE VARIATION DISCRIMINANT : UNE MESURE AMÉLIORÉE DE LA PRÉCISION DES ESTIMATIONS

A.C. Singh et M. Westlake[1]

RÉSUMÉ

Nous proposons dans le présent article une généralisation du coefficient de variation habituel (CV) en vue de résoudre certains problèmes connus que posent son utilisation dans les critères établis pour déterminer la précision des estimations. Ces problèmes incluent son interprétation lorsque l'estimation s'approche de zéro, ainsi que l'incohérence de l'interprétation quant à la précision lorsqu'il est calculé pour diverses transformations monotones bijectives. La mesure proposée, appelée coefficient de variation discriminant (CVD), est une généralisation du CV qui s'appuie sur les concepts de test d'hypothèses ayant trait à la longueur de l'intervalle de confiance (LIC) et à la longueur de l'intervalle de discrimination (LID). Cet intervalle de discrimination est utilisé pour déterminer si l'échantillon est suffisamment grand ou l'intervalle de confiance, suffisamment court, pour faire, avec une certaine puissance, la discrimination entre la valeur courante et la variation postulée de cette valeur.

MOTS CLÉS: taille effective de l'échantillon; longueur de l'intervalle de confiance; longueur de l'intervalle de discrimination; suppression d'estimations.

1. INTRODUCTION

Souvent, après le traitement d'un grand ensemble de données, les estimations en vrac sont diffusées sous forme de tableau. L'interprétation de ces estimations par les utilisateurs pourrait être erronée s'il ne leur est communiqué aucun avertissement concernant leur précision. Habituellement, les erreurs-types sont présentées dans un tableau distinct au cas où l'utilisateur souhaiterait les examiner. Toutefois, même si les erreurs-types (se pour *standard error*) estimées lui sont fournies, l'utilisateur a besoin de certaines lignes directrices pour décider si l'estimation satisfait à un seuil de précision approprié. À cette fin, le producteur de données utilise des règles de précision pour décider si certaines estimations devraient ou non être supprimées du fichier, ou si elles devraient être publiées avec une note qualificative. Une mesure souvent utilisée pour cela est le coefficient de variation (aussi appelé erreur-type relative), $CV(\hat{\theta})$, qui est défini comme étant le ratio de $se(\hat{\theta})$ par rapport à $\hat{\theta}$, en supposant que $\hat{\theta} > 0$. Observons qu'il est naturel de dire qu'une estimation $\hat{\theta}$ est imprécise si son $se(\hat{\theta})$ est trop grande. Toutefois, le principal problème est de décider ce qui représente une valeur trop grande. Pour résoudre ce problème, une normalisation appropriée de $se(\hat{\theta})$ serait souhaitable de sorte qu'elle ne dépende pas de l'unité de mesure. Ensuite, il faudrait établir le lien entre la $se(\hat{\theta})$ standardisée et l'intervalle de confiance (IC; généralement basé sur $se(\hat{\theta})$) qui a une interprétation pratique directe pour ce qui est de savoir si l'estimation $\hat{\theta}$ est suffisamment précise pour qu'on puisse déceler un certain changement dans θ. Un moyen de le faire est de considérer la longueur de l'intervalle de confiance (LIC qui est généralement proportionnelle à $se(\hat{\theta})$) relativement à l'estimation ponctuelle $\hat{\theta}$. Observons que le CV habituel est une forme de la LIC standardisée, car si nous considérons l'intervalle de confiance normal symétrique de niveau $1-\alpha$ applicable pour un grand échantillon et dénotons le $100 \times \alpha$ ième percentile de la loi normale standard par z_α, nous avons

$$\hat{\theta} \pm z_{\alpha/2} se(\hat{\theta}) = \hat{\theta}(1 \pm z_{\alpha/2} CV(\hat{\theta})) \quad . \tag{1.1}$$

[1]A.C. Singh, Statistique Canada, 16-G, R.-H.-Coats, Ottawa, ON, Canada, K1A 0T6 (avi.singh@statcan.ca);
M. Westlake, Statistics-Epidemiology Unit, RTI International, 3040 Cornwallis Road, Research Triangle, NC , USA 27709-2194

En tant que mesure de la précision des estimations, le CV est utilisé couramment, car il a de nombreux avantages.

- Il est simple à comprendre.
- Il est proportionnel à la longueur relative de l'IC pour un grand échantillon.
- Il fournit une mesure standardisée (ou dépourvue d'échelle) de la précision autour de la moyenne.
- Il permet de comparer deux estimations dont les moyennes sont différentes.
- Il est utile pour la conception ou le remaniement d'expériences et la prise de décision concernant la répartition de l'échantillon.
- Il avertit les utilisateurs des données de la précision des estimations publiées.

Cependant, l'utilisation du CV comme mesure de la précision a plusieurs limitations. Certaines ont été dégagées dans le contexte de la publication d'estimations sur la prévalence de la consommation de drogues calculées d'après les données de la National Survey on Drug Use and Health (NSDUH, anciennement NHSDA) réalisée par RTI International. Dans la suite de l'exposé, nous accordons une attention particulière au cas de l'estimation de proportions, car il permet de mettre en relief les principaux problèmes liés à l'utilisation du CV. En outre, pour faire la distinction entre le paramètre général θ et le cas particulier des proportions, nous remplaçons $\hat{\theta}$ par $\hat{p}$ là où il y a lieu.

i) $CV(\hat{\theta})$ est sans signification quand $\hat{\theta} < 0$. Ce problème est mineur, puisque nous pouvons facilement redéfinir le CV sous la forme $CV(\hat{\theta}) = se(\hat{\theta}) \big/ |\,\hat{\theta}\,|$.

ii) $CV(\hat{\theta})$ est inutile si $\hat{\theta}$ est nul ou quasi nul. Par exemple, si $\hat{\theta}$ dénote une différence entre deux estimations, sa valeur pourrait être proche de 0, alors que son $se(\hat{\theta})$ pourrait ne pas être faible; voir, par exemple, Kish (1965). Dans ces conditions, le CV pourrait être élevé, même pour de grands échantillons. Pour les proportions, le CV devient extrême à mesure que $\hat{p}$ s'approche de 0, même pour les grands échantillons. Dans les deux cas, l'IC résultant peut être suffisamment précis pour déceler des changements postulés dans la valeur courante de θ ou de p. Par contre, ce n'est pas ce que sous-entendrait le CV.

iii) Dans le cas de proportions, le CV n'est pas défini si $\hat{p}$ est nulle, car $se(\hat{p})$ est également nulle. Donc, il ne peut saisir aucune information pertinente dans l'estimateur. En revanche, l'IC (tel que l'IC unilatéral fondé sur une loi binomiale exacte sans utiliser l'erreur-type) peut fournir des renseignements significatifs; voir, par exemple, Jovanovic et Levy (1997).

iv) $CV(\hat{p})$ n'est pas symétrique en $\hat{p}$ autour de 0,50; p. ex., $CV(\hat{p}) \neq CV(1-\hat{p})$. Ce problème est également relativement mineur, puisqu'il peut être résolu facilement en contraignant la définition de $CV(\hat{p})$ à l'intervalle [0, 0,50], puis en définissant $CV(\hat{p})$ comme étant $CV(1-\hat{p})$ pour $\hat{p}$ dans l'intervalle [0,50, 1).

v) En pratique, on utilise une valeur seuil ponctuelle c_0 (telle que 0,25 ou 0,50) pour le CV afin de décider si l'estimation est suffisamment précise. Par exemple, si le CV est supérieur à c_0, alors l'estimation peut être jugée inacceptable. Dans le cas de proportions, une telle règle donne lieu à un comportement extrême des IC acceptables quand $\hat{p}$ est proche de 0,50 ou des bornes (0 ou 1); voir, par exemple, Folsom (1991). Cela peut s'expliquer comme il suit. Pour chaque estimation $\hat{p}$ acceptable d'après la règle du CV, il existe une taille d'échantillon minimale correspondante $n_{\min}(\hat{p})$ requise pour satisfaire le seuil de CV. (Dans le cas des enquêtes complexes, $n_{\min}(\hat{p})$ est divisée par l'effet de plan pour obtenir la taille d'échantillon effective minimale.) Supposons que la valeur seuil c_0 soit choisie en fixant $n_{\min}(\hat{p}) = 55$, quand $\hat{p}$ = 0,1; le choix de la paire (0,10, 55) utilisée dans la NSDUH et basée sur des considérations visant à ce que la LIC correspondante soit raisonnable. Au moyen de cette règle, on peut calculer $n_{\min}(\hat{p})$ quand $\hat{p}$ varie. Il s'avère que l'IC résultant peut être très large au point 0,50 ou près de celui-ci, et très étroit près de 0.

vi) $CV(\hat{\theta})$ n'est pas invariant dans les transformations d'emplacement ou d'échelle des proportions estimées $\hat{\theta}$ ni dans toute transformation monotone bijective en général. Pour les transformations logarithmiques ou logit dans le cas de proportions, il donne lieu à des interprétations contradictoires de la précision comparativement au cas non transformé; voir, par exemple, Chromy (2001). Cela peut s'expliquer comme suit. En utilisant

CV($\hat{p}$), $n_{\min}(\hat{p})$ en tant que fonction de $\hat{p}$ diminue de façon monotone à mesure que $\hat{p}$ augmente pour passer de 0 à 0,5, alors qu'avec CV(log $\hat{p}$), $n_{\min}(\log\hat{p})$ en tant que fonction de $\hat{p}$ n'est pas monotone. En fait, $n_{\min}(\log\hat{p})$ commence par diminuer à mesure que $\hat{p}$ s'approche d'environ 0,20, puis augmente à mesure que $\hat{p}$ s'approche de 0,5. Dans le cas de CV(logit $\hat{p}$), le problème de l'interprétation contradictoire s'accentue, car, à mesure que $\hat{p}$ tend vers 0,5, CV(logit $\hat{p}$) tend vers l'infini pour une valeur donnée de n. Donc, lorsqu'on utilise le CV comme mesure de la précision, différentes transformations monotones de $\hat{\theta}$ peuvent donner lieu à des interprétations assez différentes de la précision pour la même taille d'échantillon.

Les limitations susmentionnées donnent à penser que la définition fondamentale du CV proprement dite pourrait poser un problème et qu'une nouvelle mesure de la précision est nécessaire pour les objectifs visés. L'un des principaux objectifs est d'adopter une approche fondée sur des principes pour choisir la valeur seuil c_0 de façon à ce que le niveau, ainsi que la longueur de l'IC soient contrôlés. Il se pourrait que la propriété d'invariance dans toute transformation lisse monotone soit trop rigoureuse pour n'importe quelle mesure de la précision. Il serait néanmoins souhaitable d'en obtenir une qui peut varier, mais ne le fait pas trop, pour diverses transformations monotones. À cette fin, nous proposons une nouvelle mesure que nous appelons coefficient de variation discriminant (CVD) qui est une généralisation du CV habituel fondée sur des concepts de test d'hypothèses de sorte que le niveau ainsi que la longueur de l'IC soient contrôlés. À la section 2, nous exposons la motivation de la mesure proposée, tandis qu'à la section 3, nous décrivons le CVD et ses propriétés théoriques et donnons un exemple numérique. Enfin, à la section 4, nous présentons un sommaire et une discussion.

2. MOTIVATION DE LA MESURE PROPOSÉE

Compte tenu des limitations susmentionnées, il est évident qu'il convient de définir clairement les exigences fondamentales auxquelles doit satisfaire une mesure de précision. Autrement dit, contrairement au CV, qui a un fondement heuristique, il faut utiliser une mesure de rechange reposant sur une approche fondée sur des principes. Nous supposons dans la suite de l'exposé que θ est une grandeur scalaire qui prend des valeurs dans un sous-ensemble ouvert de la droite réelle. Nous discutons des généralisations possibles au cas d'un θ multidimensionnel à la dernière section. Pour un θ unidimensionnel, nous travaillons avec un intervalle borné $[\underline{\theta},\overline{\theta}]$ dans lequel peuvent être contenues les valeurs d'intérêt de $\hat{\theta}$. Par exemple, dans le cas de proportions, l'intervalle d'intérêt peut être fixé à [0,01, 0,50]. Pour l'intervalle complémentaire [0,50, 0,99], toutes les propriétés de la mesure proposée sont reportées au moyen d'arguments symétriques. Nous supposerons aussi sans perte de généralité que $\underline{\theta}$ est non négatif, de nouveau pour des raisons de symétrie.

Pour commencer, nous observons que, pour qu'une estimation $\hat{\theta}$ d'une moyenne θ soit précise, il faut que la valeur de *LIC(*$\hat{\theta}$*)* correspondant à un seuil de confiance de $1-\alpha$ soit petite; autrement dit, la taille d'échantillon n devrait être suffisamment grande pour que l'intervalle de confiance soit étroit. Dans le cas d'un IC normal, pour un grand échantillon, *LIC(*$\hat{\theta}$*)* est égale à $2z_{\alpha/2}se(\hat{\theta})$, ce qui implique que $se(\hat{\theta})$ devrait être petite pour que l'estimation $\hat{\theta}$ soit précise, où $se(\hat{\theta}) = s(\hat{\theta})/\sqrt{n}$ sous un échantillonnage aléatoire simple (sinon, il faut utiliser la taille effective d'échantillon obtenue en divisant n par l'effet de plan pour les échantillons complexes) et $s(\hat{\theta})$ est l'écart-type d'échantillon qui peut dépendre de $\hat{\theta}$ en général, comme dans le cas des proportions. Or, pour définir objectivement une valeur seuil indiquant quand la *LIC(*$\hat{\theta}$*)* est trop grande, il est utile de relier l'IC aux tests d'hypothèses par la méthode de l'inversion du test. Notons qu'à l'étape de l'élaboration (c.-à-d., avant que ne se pose la question de la précision de $\hat{\theta}$ à l'étape de l'estimation), on recourt souvent à l'analyse de puissance pour déterminer n de telle façon que, avec une puissance $1-\beta/2$, on puisse détecter une alternative $\theta_1 (>\theta_0)$ tout en maintenant le niveau du test bilatéral à α . Autrement dit, nous voulons que la taille d'échantillon soit suffisamment grande pour que le test avec l'erreur de type I, α , et l'erreur de type II, $\beta/2$, permette de discriminer la grandeur de la variation $\theta_1-\theta_0$ dans θ par rapport à l'ancien niveau θ_0 . Lorsqu'on utilise le test normal pour grand échantillon, c'est-à-dire avec le pivot $(\hat{\theta}-\theta_0)/se(\hat{\theta})$ de loi normale standard, il est bien connu que la taille minimale d'échantillon (voir, par exemple, Kupper et Hafner, 1989) pour le degré souhaité de discrimination de la variation de θ est donnée par

$$n \geq \frac{s(\hat{\theta})^2}{(\theta_1-\theta_0)^2\, c^2(\alpha,\beta)},\ \ c(\alpha,\beta)=(z_{\alpha/2}+z_{\beta/2})^{-1}. \tag{2.1}$$

De façon équivalente, à l'étape de l'estimation, cela signifie que, pour que $\hat{\theta}$ soit précise, la $se(\hat{\theta})$ maximale acceptable est donnée par

$$\frac{se(\hat{\theta})}{\theta_1-\theta_0} \leq c(\alpha,\beta) \tag{2.2}$$

Or, si l'IC est symétrique, ce qui est le cas d'un IC normal pour un grand échantillon, l'expression qui précède implique que

$$LIC(\hat{\theta}) \leq 2(\theta_1-\theta_0)c_*(\alpha,\beta), \quad c_*(\alpha,\beta)=z_{\alpha/2}c(\alpha,\beta). \tag{2.3}$$

Par exemple, avec $\alpha=0{,}05, \beta=0{,}50, z_{\alpha/2}=1{,}96, z_{\beta/2}=0{,}68$, nous avons $c(\alpha,\beta)\cong 0{,}38, c_*(\alpha,\beta)\cong 0{,}75$. Si $\alpha=\beta=0{,}05$, alors $c(\alpha,\beta)\cong 0{,}25, c_*(\alpha,\beta)=0{,}50$. La fonction $c(\alpha,\beta)$ sert de seuil pour décider si la valeur de $se(\hat{\theta})$ ou de $LIC(\hat{\theta})$ est trop élevée. De même, $c^{-1}(\alpha,\beta)$ sert de seuil pour décider si la précision de l'estimation (inversement proportionnelle à $LIC(\hat{\theta})$) est trop faible.

En pratique, θ_1 (la valeur courante) ainsi que $\theta_1-\theta_0$ (la variation postulée de la valeur courante par rapport à la valeur passée) sont inconnues, quoique θ_1 puisse être estimée par $\hat{\theta}$. De surcroît, la grandeur discriminable postulée due à la variation de θ devrait varier avec la valeur courante θ_1 (ou son estimation $\hat{\theta}$). Il en est ainsi pour la simple raison qu'il y aurait peu d'intérêt, en pratique, à détecter de petites variations de θ en valeur absolue si la valeur de $\hat{\theta}$ est grande, comparativement à la situation où elle est faible ou quasiment nulle. Donc, si nous dénotons par $\delta(\hat{\theta})$ la variation approximative postulée de θ (c.-à-d. $\theta_1-\theta_0$), il s'ensuit que, pour de grands échantillons, nous pouvons dire que l'estimation $\hat{\theta}$ est précise (en ce sens qu'aux niveaux unilatéraux $\alpha/2$, $\beta/2$ pour les deux types d'erreur, respectivement, elle permet de déceler une variation unilatérale approximative postulée $\delta(\hat{\theta})$ telle qu'elle est reflétée dans la valeur courante θ_1) si

$$\frac{se(\hat{\theta})}{\delta(\hat{\theta})} \leq c(\alpha,\beta). \tag{2.4}$$

Il est intéressant de souligner que le critère susmentionné généralise le $CV(\hat{\theta})$ habituel en ce que, si $\delta(\hat{\theta})=\hat{\theta}$ (c.-à-d. $\theta_1=\hat{\theta}, \theta_0=0$) et que $c(\alpha,\beta)=c_0$, alors le premier membre de (2.4) est identique au $CV(\hat{\theta})$ habituel.

Partant des considérations qui précèdent, il s'ensuit que, en utilisant les concepts de tests d'hypothèses, nous obtenons un moyen objectif de définir le seuil c_0, ainsi qu'une nouvelle interprétation du dénominateur $\delta(\hat{\theta})$ ($=\hat{\theta}$ pour le CV habituel) en tant que variation approximative postulée reflétée dans la valeur courante que l'on pourrait vouloir discriminer. Cependant, la façon dont la fonction $\delta(\hat{\theta})$ devrait être spécifiée en pratique reste à préciser. Rappelons que, si $\delta(\hat{\theta})=\hat{\theta}$, la mesure qui précède pourrait avoir un comportement indésirable, autrement dit, pourrait produire une taille d'échantillon requise pour satisfaire à un certain seuil $c(\alpha,\beta)$ trop libérale si la valeur de $\hat{\theta}$ est grande et trop prudente si la valeur de $\hat{\theta}$ est petite. Autrement dit, l'IC correspondant pourrait être trop large si l'estimation $\hat{\theta}$ est grande et trop étroit si elle est petite.

L'idée fondamentale proposée pour surmonter le problème susmentionné est la suivante. Supposons que nous fixions les valeurs de $\delta(\hat{\theta})$ pour certaines valeurs de $\hat{\theta}$ dans l'intervalle $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ d'intérêt qui donne lieu à des IC raisonnables (c.-à-d. ni trop larges ni trop étroits) d'après des renseignements fournis par les spécialistes du domaine. Alors, nous construisons une fonction lisse $\delta(\cdot)$ qui passe par les points choisis ($(\hat{\theta}, \delta(\hat{\theta}))$ et possède certaines propriétés désirables. Autrement, nous pouvons définir la taille n minimale (dénotée par $n_{\min}(\hat{\theta})$) qui est désirable pour chaque estimation $\hat{\theta}$ choisie afin d'obtenir des IC raisonnables, puis construire une fonction lisse $n_{\min}(\cdot)$ qui passe par les points choisis, ou points d'ancrage, $(\hat{\theta}, n_{\min}(\hat{\theta}))$. Notons que la spécification de la fonction $\delta(\hat{\theta})$ est équivalente à la spécification de $n_{\min}(\hat{\theta})$ pour les $c(\alpha, \beta)$ et $s(\hat{\theta})$ donnés, parce que $se(\hat{\theta}) = s(\hat{\theta}) \big/ \sqrt{n}$. Nous spécifierons les points d'ancrage directement en fonction de $n_{\min}(\cdot)$ plutôt que de $\delta(\cdot)$ pour faciliter l'interprétation. En outre, nous pourrions déterminer si les valeurs choisies sont acceptables et pratiques en nous fondant sur les coûts. La propriété principale que doivent satisfaire les points d'ancrage est basée sur l'exigence heuristique selon laquelle plus l'estimation $\hat{\theta}$ est grande, plus il devrait être facile (au sens des exigences concernant la taille d'échantillon pour une puissance donnée) de détecter ou de discriminer des variations significatives de θ, parce que le degré minimal de discrimination considéré important en pratique devrait augmenter avec $\hat{\theta}$. Cela implique, compte tenu de (2.4), que $\delta(\cdot)$ (après normalisation appropriée pour la rendre sans échelle, comme sa division par $s(\hat{\theta})$) doit être une fonction non décroissante de $\hat{\theta}$ qui, à son tour, implique que $n_{\min}(\cdot)$ doit être une onction on croissante de $\hat{\theta}$.

Disposer d'un plus grand nombre de ints ncrage $(\hat{\theta}, n_{\min}(\hat{\theta}))$ est certa nement souhaitable, car cela donne plus de contrôle sur le comportement la fonction $\delta(\cdot)$. En fait, les limitations du CV habituel énumérées plus haut peuvent être attribuées principalement au fait de n'avoir qu'un seul point d'ancrage. Pour le CV, le point d'ancrage unique $(\hat{\theta}_*, n_{\min}(\hat{\theta}_*))$ pour une valeur générique de $\hat{\theta}$ est utilisé pour définir la valeur seuil c_0 donnée par $c_0 = (s \big/ \sqrt{n_{\min}(\hat{\theta}_*)}) \big/ \theta_*$. Par exemple, dans le cas de l'estimation de proportions pour la NSDUH, la taille $n_{\min}$ effective est fixée à 55 pour un choix générique de $\hat{\theta}$ égale 10 % et, alors, c_0 est égale à environ 0,40 sur l'échelle non transformée et à 0,175 sur l'échelle logarithmique. Toutefois, la règle du CV susmentionnée n'offre aucun contrôle sur $n_{\min}(\cdot)$ pour d'autres valeurs de $\hat{\theta}$, telles que les valeurs très faibles (disons 1 %) ou très grandes (disons 50 %) afin que la précision des estimations soit acceptable. En pratique, il pourrait être difficile de définir objectivement plusieurs points d'ancrage. Cependant, il serait peut-être possible de choisir trois valeurs types (faible, moyenne et élevée) dans l'intervalle de θ considéré et les valeurs correspondantes de $n_{\min}$ qui pourraient être considérées adéquates en pratique afin d'assurer un contrôle raisonnable du comportement de la fonction $\delta(\cdot)$. Par exemple, pour les proportions, nous pouvons choisir trois points d'ancrage tels que (0,01, 125), (0,10, 55) et (0,50, 25), puisque les IC à 95 % correspondants pourraient être jugés raisonnables.

Avec trois points d'ancrage, nous proposons de définir $\delta(\cdot)$ comme un polynôme de deuxième degré donné par

$$\delta(\hat{\theta}) = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\theta} + \gamma_2 \hat{\theta}^2 \tag{2.5}$$

où les coefficients γ sont spécifiés en utilisant les trois conditions sur la valeur de $\delta(\hat{\theta})$ correspondant aux trois points d'ancrage. Un test diagnostique consistant à vérifier si la fonction résultante $n_{\min}(\cdot)$ est nécessairement positive et non croissante dans l'intervalle $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ peut être réalisé pour s'assurer que le choix de la fonction $\delta(\cdot)$ est raisonnable et que les valeurs de cette fonction sont non négatives. À cet égard, un certain perfectionnement du choix des points d'ancrage pourrait être nécessaire en pratique.

Parfois, au lieu de travailler avec l'échelle originale $\hat{\theta}$, on pourrait souhaiter travailler sur une échelle transformée $h(\hat{\theta})$ (où $h(\cdot)$ est une fonction lisse monotone) afin d'obtenir une meilleure approximation normale, ainsi que des IC plus significatifs; par exemple, on utilise souvent la transformation logit dans le cas des proportions. On constate qu'indépendamment du choix de la fonction de transformation $h(\cdot)$, les valeurs de $\delta(\cdot)$ aux points d'ancrage $(\hat{\theta}, n_{\min}(\hat{\theta}))$ sont spécifiées de telle façon que le ratio $se(h(\hat{\theta}))/\delta(h(\hat{\theta}))$ à $n_{\min}(\hat{\theta})$ soit égal à $c(\alpha,\beta)$. Donc, le ratio $se(h(\hat{\theta}))/\delta(h(\hat{\theta}))$ pour tout autre taille n réalisée sera $\sqrt{n_{\min}/n}$ aux valeurs d'ancrage de $\hat{\theta}$, parce qu'il est supposé que $se(h(\hat{\theta}))$ est de la forme $s(h(\hat{\theta}))/\sqrt{n}$. Il s'ensuit que le ratio $se(h(\hat{\theta}))/\delta(h(\hat{\theta}))$ a la propriété désirable d'être invariant par rapport au choix de l'échelle de transformation $h(\cdot)$, du moins pour les valeurs de $\hat{\theta}$ choisies pour les points d'ancrage. Toutefois, il ne serait pas invariant pour d'autres valeurs de $\hat{\theta}$. De toute évidence, si plusieurs valeurs $\hat{\theta}$ pour les points d'ancrage sont choisies en spécifiant la fonction $\delta(\cdot)$ (disons, en ajustant une spline), alors le critère proposé $se(h(\hat{\theta}))/\delta(h(\hat{\theta}))$ sera (presque) invariant pour toutes ces valeurs $\hat{\theta}$. À la section suivante, nous montrons que la mesure proposée demeure invariante dans les transformations d'emplacement et d'échelle, et approximativement invariante en général si $\hat{\theta}$ représente une petite variation par rapport à un point de référence θ_0. Enfin, il convient de souligner qu'en définissant les points d'ancrage, ainsi que la fonction $n_{\min}(\cdot)$, il pourrait être préférable, en pratique, d'utiliser l'échelle originale de $\hat{\theta}$ pour faciliter l'interprétation.

3. CVD : LA MESURE PROPOSÉE

Soient $\hat{\theta}$ l'estimation d'une moyenne θ et $se(h(\hat{\theta}))$ l'erreur-type estimée correspondante ($= s(h(\hat{\theta}))/\sqrt{n}$), considérons la transformation $h(\hat{\theta})$ exécutée en vue d'améliorer la validité de l'approximation normale pour des échantillons de taille modérée. Donc, nous supposons que $h(\hat{\theta}) \dot{\sim} N(h(\theta), s^2(h(\hat{\theta})/n)$.

3.1 Définition de $CVD[h(\hat{\theta})]$

Pour définir le CVD de $h(\hat{\theta})$, nous avons besoin de trois quantités : la longueur de l'intervalle de confiance $LIC(h(\hat{\theta}))$, la longueur de l'intervalle de discrimination $LID(h(\hat{\theta}))$ et le seuil d'acceptabilité de la précision d'une estimation $c_*^{-1}(\alpha,\beta)$. Ces quantités peuvent être obtenues par les étapes suivantes.

Étape I (construire l'intervalle de confiance pour un niveau de confiance donné). Choisir le niveau de confiance $(1-\alpha)$, puis construire un IC approprié pour $h(\theta)$. Sous des conditions de normalité pour un grand échantillon, l'IC symétrique est donné par $h(\hat{\theta}) \pm z_{\alpha/2} se(h(\hat{\theta}))$. Donc, $LIC(h(\hat{\theta}))$ est $2 z_{\alpha/2} se(h(\hat{\theta}))$, qui dépend du niveau de confiance et de la taille d'échantillon n pour un écart-type $s(h(\hat{\theta}))$ donné. Cette étape permet de contrôler le niveau de l'IC.

Étape II (spécifier le seuil pour une précision acceptable pour un niveau de puissance donné pour la discrimination). Choisir le niveau de puissance $(1-\beta)$, puis définir le seuil $c_*^{-1}(\alpha,\beta)$ sous la forme $z_{\alpha/2}/(z_{\alpha/2}+z_{\beta/2})$.

Étape III (construire un intervalle de discrimination pour les niveaux de confiance et de puissance donnés). Cette étape permet de contrôler la longueur de l'IC obtenu à l'étape I en assurant que la taille d'échantillon soit suffisamment grande pour faire la discrimination par rapport à la variation prévue en utilisant le seuil de précision obtenu à l'étape II. Pour construire un intervalle de discrimination symétrique $h(\theta_0) \pm \delta(h(\hat{\theta}))$ pour une valeur antérieure hypothétique $h(\theta_0)$, qui donne $LID(h(\hat{\theta}))$ comme étant $2\delta(h(\hat{\theta}))$, choisir trois points d'ancrage

$\{h(\hat{\theta}_i), n_{\min}(h(\hat{\theta}_i))\}, i = 1,2,3$ tels que les IC correspondants sur l'échelle originale de θ soient jugés raisonnables, c'est-à-dire ni trop larges ni trop étroits. Les valeurs de $\hat{\theta}$ dans les ancrages doivent être comprises dans l'intervalle $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ et leur choix est fondé sur des renseignements fournis par les spécialistes du domaine. Calculer alors la variation attendue correspondante $\delta(h(\hat{\theta}_i))$ spécifiée indirectement par les points d'ancrage comme étant

$$\delta(h(\hat{\theta}_i)) = \frac{s(h(\hat{\theta}_i))}{\sqrt{n_{\min}(h(\hat{\theta}_i))}} c^{-1}(\alpha, \beta) . \tag{3.1}$$

Puis, calculer les coefficients γ de la fonction de discrimination $\delta(\cdot)$ (2.5) avec $\hat{\theta}$ remplacée par $h(\hat{\theta})$ de sorte qu'elle satisfasse (3.1) aux valeurs d'ancrage choisies de $\hat{\theta}$. Vérifier que la fonction résultante $\delta(\cdot)$ est positive pour toutes les valeurs de $\hat{\theta}$ dans la région $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ et tracer $\delta(h(\hat{\theta}))/s(h(\hat{\theta}))$ en fonction de $\hat{\theta}$ pour vérifier qu'il s'agit d'une fonction non décroissante. Ou bien, pour faciliter l'interprétation, tracer $n_{\min}(h(\hat{\theta}))$ en fonction de $\hat{\theta}$ pour vérifier que la fonction est non croissante, où $n_{\min}(h(\hat{\theta}))$ peut être calculée en utilisant une relation semblable à (3.1) telle que

$$n_{\min}[h(\hat{\theta})] = \left(\frac{s[h(\hat{\theta})]}{\delta[h(\hat{\theta})]} c^{-1}(\alpha, \beta) \right)^2 . \tag{3.2}$$

Si le comportement de la fonction $n_{\min}(h(\hat{\theta}))$ est considéré non raisonnable en ce sens qu'elle n'est pas monotone décroissante ou que les valeurs requises de $n_{\min}$ pour certaines régions de $\hat{\theta}$ sont trop extrêmes (élevées ou faibles), alors le choix des points d'ancrage doit être révisé.

Étape IV (calculer $CVD[h(\hat{\theta})]$). Sachant $LIC(h(\hat{\theta}))$ d'après l'étape I et $LID(h(\hat{\theta}))$ d'après l'étape III, calculer $CVD[h(\hat{\theta})]$ sous la forme

$$CVD[h(\hat{\theta})] = \frac{LIC[h(\hat{\theta})]}{LID[h(\hat{\theta})]} \tag{3.3}$$

et déclarer que l'estimation $\hat{\theta}$ est précise si $CVD[h(\hat{\theta})] \le c_*(\alpha, \beta)$. Quand l'IC et l'ID sont symétriques, la règle de précision se réduit à $se[h(\hat{\theta})]/\delta[h(\hat{\theta})] \le c(\alpha, \beta)$, qui est la même que la règle habituelle $CV(\hat{\theta}) \le c_0$.

3.2 Propriétés de $CVD[h(\hat{\theta})]$.

En voici la liste.

a) Le $CV(\hat{\theta})$ habituel est un cas particulier de $CVD[h(\hat{\theta})]$. Il est facile de le voir en fixant $\delta[h(\hat{\theta})] = h(\hat{\theta})$ et $h(\hat{\theta}) = \hat{\theta}$.

b) $CVD[h(\hat{\theta})]$ est invariant dans les transformations d'emplacement et d'échelle, contrairement à $CV(\hat{\theta})$, qui ne l'est pas pour les transformations d'emplacement. Ce point peut être démontré comme il suit. Supposons que $h(\hat{\theta}) = a_h + b_h\hat{\theta}$ où $b_h \ne 0$. Alors $se[h(\hat{\theta})] = |b_h| se(\hat{\theta})$ et

$$\begin{aligned} \delta[h(\hat{\theta})] &= \gamma_{h0} + \gamma_{h1}(a_h + b_h\hat{\theta}) + \gamma_{h2}(a_h + b_h\hat{\theta})^2 \\ &= \gamma'_{h0} + \gamma'_{h1}\hat{\theta} + \gamma'_{h2}\hat{\theta}^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

où $\gamma'_{h0} = \gamma_{h0} + a_h\gamma_{h1} + a_h^2\gamma_{h2}$, $\gamma'_{h1} = b_h(\gamma_{h1} + 2a_h\gamma_{h2})$ et $\gamma'_{h2} = b_h^2\gamma_{h2}$. Or, le fait que, par construction, $\gamma_{h0}, \gamma_{h1}, \gamma_{h2}$ rendent $se[h(\hat{\theta}_i)]/\delta[h(\hat{\theta}_i)]$ invariant sur $h(\cdot)$ pour $\hat{\theta}_i$, $i = 1,2,3$ dans les ancrages, implique que, pour toute transformation linéaire $h(\cdot)$, les $\gamma'_{hj}/|b_h|$, $j = 0,1,2$ sont invariants. Ceci complète la preuve.

c) $CVD[h(\hat{\theta})]$ est approximativement invariant dans toute transformation monotone continûment différentiable deux fois $h(\cdot)$, quand l'ID (intervalle de discrimination) est petit autour de θ_0. Pour le voir, notons que, par le développement en série de Taylor d'ordre deux de $\delta[h(\hat{\theta})]$ autour de $\hat{\theta} = \theta_0$, nous pouvons l'exprimer approximativement comme une fonction $\delta(\cdot)$ pour une transformation linéaire et, par conséquent, en vertu de la propriété b), le résultat s'ensuit.

d) La spécification de la région $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ dans $CVD[h(\hat{\theta})]$ donne la souplesse nécessaire pour assurer la symétrie par rapport à tout point dans la région. Pour les proportions, il est facile de rendre $CVD[h(\hat{\theta})]$ symétrique autour de $\hat{\theta} = 0{,}50$; autrement dit, $CVD[h(\hat{\theta})] = CVD[h(1-\hat{\theta})]$ en choisissant la région $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ d'intérêt comme étant $[\underline{\theta}, 0{,}50]$, où il est attribué à $\underline{\theta}$ une valeur appropriée telle que 0,01. Alors, pour l'estimation $\hat{\theta}$ comprise dans l'intervalle complémentaire $[1-\overline{\theta}, 1-\underline{\theta}]$, $CVD[h(\hat{\theta})]$ est défini comme étant $CVD[h(1-\hat{\theta})]$.

e) Si des points d'ancrage appropriés sont choisis pour définir la fonction $\delta(\cdot)$, en utilisant $CVD(\hat{\theta})$, il est possible d'éviter le comportement extrême de la règle de détermination de la précision acceptable des proportions dont la valeur est proche des bornes dû à l'utilisation de $CV(\hat{\theta})$ que nous avons mentionné dans l'introduction.

f) Le problème des interprétations contradictoires de la précision pour les proportions lorsqu'on utilise $CV(\log \hat{\theta})$ et $CV(\operatorname{logit} \hat{\theta})$ par rapport à $CV(\hat{\theta})$ peut également être évité en contrôlant la forme des fonctions $\delta(\cdot)$ correspondantes grâce à l'utilisation d'ancrages appropriés.

g) Nous notons que $CVD[h(\hat{\theta})]$ ne souffre pas du problème du dénominateur nul, parce que $\delta(\cdot)$ est définie comme étant strictement positive.

3.3 Une illustration numérique de $CVD[h(\hat{\theta})]$

Pour le cas des proportions (c.-à-d. quand $\theta = p$), nous considérons les transformations linéaire ($h(p) = p$), logarithmique ($h(p) = \log p$) et logit ($h(p) = \operatorname{logit}(p)$). L'intervalle d'intérêt pour le paramètre estimé $\hat{p}$ est fixé à [0,01, 0,50] et, pour l'intervalle complémentaire [0,50, 0,99], nous pouvons obtenir les mesures de précision par symétrie. Afin d'illustrer la mesure proposée, nous considérons $CV(\hat{p})$, $CV(\log \hat{p})$ et $CVD(\operatorname{logit} \hat{p})$. Nous ne considérons pas $CV(\operatorname{logit} \hat{p})$, à cause du problème du diviseur nul à $\hat{p} = 0{,}50$. Les problèmes d'IC extrêmes sous la règle de précision acceptable fondée sur $CV(\hat{p})$ et de l'interprétation contradictoire avec la règle de précision fondée sur $CV(\log \hat{p})$ peuvent être surmontés en utilisant les mesures du *CVD* correspondantes. Toutefois, ici, nous montrons uniquement le comportement de la règle de précision fondée sur $CVD(\operatorname{logit} \hat{p})$, car elle est suffisante pour illustrer les avantages du *CVD*. En outre, la transformation logit est celle qui est habituellement utilisée, en pratique, pour construire les IC pour les proportions, à cause des restrictions intégrées d'intervalle sur le paramètre. En fait, pour illustrer les incidences sur les IC sous les règles de précision fondées sur $CV(\hat{p})$, $CV(\log \hat{p})$ et naturellement $CVD(\operatorname{logit} \hat{p})$, nous commençons par construire des IC normaux pour $\operatorname{logit} p$, puis nous inversons l'échelle originale pour obtenir des IC pour p.

La figure 1(a) montre le comportement extrême de la fonction $n_{\min}(\hat{p})$ lorsque $\hat{p}$ varie de 0,01 à 0,50 sous la règle de précision habituelle fondée sur $CV(\hat{p})$. La règle de précision $CV(\hat{p})$ n'exige qu'un seul ancrage qui a été choisi comme étant $(\hat{p} = 0{,}10, n_{\min}(\hat{p}) = 55)$. La valeur du seuil c_0 pour cette règle est 0,4045. Il semble que cette règle soit fort prudente pour de faibles valeurs de $\hat{p}$, la taille minimale d'échantillon requise étant de 605 à $\hat{p} = 0{,}01$ et fort libérale pour des valeurs élevées de $\hat{p}$, la taille minimale d'échantillon requise étant seulement de 6 à $\hat{p}=0{,}50$. L'effet mégaphone correspondant sur la largeur de l'IC est illustré à la figure 1(b). La figure 2(a) montre le comportement aberrant de $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle de précision basée sur $CV(\log \hat{p})$, où $(\hat{p}=0{,}10, n_{\min}(\hat{p})=55)$ est de nouveau utilisé comme ancrage. La valeur du seuil c_0 pour cette règle est de 0,175. Le comportement aberrant est dû au fait que la valeur de $n_{\min}(\hat{p})$ devient inférieure à 55 à mesure que celle de $\hat{p}$ augmente pour atteindre son minimum en environ 0,20, puis commence à augmenter jusqu'à un maximum de 68 à mesure que $\hat{p}$ approche de 0,50. Cela contredit l'exigence concernant la taille minimale d'échantillon qu'implique la règle de précision basée sur $CV(\hat{p})$. Ce comportement est également contraire à la notion selon laquelle, pour un niveau de précision donné, la taille d'échantillon minimale requise devrait augmenter à mesure que $\hat{p}$ s'approche de 0,50, parce que la grandeur correspondante que l'on veut détecter en pratique devrait également augmenter. Afin de rendre $n_{\min}(\hat{p})$ non croissante, Chromy (2001) a proposé la « règle de 68 » de sorte que la valeur de $n_{\min}(\hat{p})$ corrigée ne soit jamais inférieure à 68. La figure 2(b) montre la largeur de l'IC excessivement étroite pour la règle de précision axée sur $CV(\log \hat{p})$ corrigée pour une taille d'échantillon minimale constante de 68 pour toute $\hat{p}$ commençant autour de 0,05. Pour les valeurs plus faibles de $\hat{p}$, cette règle (avec une taille d'échantillon minimale de 152 à $\hat{p}=0{,}01$) paraît toutefois plus raisonnable que la règle de précision axée sur $CV(\hat{p})$. Enfin, la figure 3(a) montre le comportement de $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle de précision axée sur $CVD(\mathrm{log}it\ \hat{p})$ quand on utilise les trois ancrages correspondant à (0,01, 125), (0,10, 55) et (0,50, 25). La largeur de l'IC correspondante illustrée à la figure 3(b) ne possède plus la forme mégaphone extrême, et présente une allure plus tempérée due à une diminution graduelle de la taille minimale d'échantillon requise dictée par les ancrages. Ici, les valeurs des niveaux de confiance et de puissance sont choisies à 0,95 et 0,50, respectivement, ce qui implique que $c_*(\alpha,\beta)$ est égal à 0,75.

4. SOMMAIRE ET DISCUSSION

Le CVD (coefficient de variation discriminant) a été proposé comme nouvelle mesure de précision afin d'offrir une généralisation du CV qui est habituellement utilisé et une alternative au CV fondée sur des principes établie d'après des considérations intuitives. En partant des concepts des tests d'hypothèses, pour un estimateur donné, le CVD dépend de la LIC (longueur de l'intervalle de confiance) et de la LID (longueur de l'intervalle de discrimination) construites à partir de l'estimateur de telle façon que les niveaux prescrits de confiance et de puissance soient atteints. L'ID (intervalle de discrimination) est quelque peu analogue à l'IC et est défini comme étant la variation postulée du paramètre que l'on peut discriminer avec une certaine puissance. Le CVD, défini comme étant le ratio de la LIC à la LID, permet de contourner certaines limitations du CV en contrôlant explicitement le niveau et la longueur de l'IC grâce à l'utilisation d'un critère objectif pour définir le seuil de précision pour la LIC relativement à la LID.

Bien que le CVD ne soit pas totalement exempt de considérations subjectives, telles que le choix des points d'ancrage pour mieux contrôler la règle de précision sur l'intervalle des valeurs que peut prendre l'estimateur, le degré de subjectivité est nettement moins important que dans le cas du CV. Certaines lignes directrices pratiques sont fournies pour faire ces choix de façon aussi objective que possible. Le CV habituel est, en fait, un cas particulier du CVD et comprend aussi l'utilisation d'ancrages, mais un seulement. Nous avons montré que les limitations du CV sont dues à l'insuffisance des ancrages. Grâce à un exemple, nous avons montré que le CVD peut être calculé facilement dans les applications pratiques et, étant donné ses nombreuses propriétés théoriques souhaitables, nous nous attendons à ce qu'il donne de bons résultats en pratique. Une caractéristique importante du CVD est la propriété d'invariance en cas de transformation monotone lisse de l'estimateur aux valeurs d'ancrage et d'invariance approximative pour d'autres valeurs. Toutefois, cette propriété d'invariance limitée peut être améliorée en utilisant de nombreux points d'ancrage.

Nous avons utilisé l'IC normal pour un grand échantillon pour définir la règle de précision basée sur le CVD, quoique la notion sous-jacente de définition d'un seuil acceptable pour le ratio de la LIC à la LID soit assez générale. Autrement dit, la construction d'IC ne doit pas nécessairement être fondée sur l'erreur-type de l'estimateur, d'autres distributions d'échantillonnage que la loi normale peuvent être utilisées pour assurer que les niveaux de confiance et de puissance soient satisfaits. Dans le cas de proportions pour de petits échantillons ou lorsque l'estimateur est nul, par exemple, on peut utiliser la loi binomiale exacte pour définir les IC; voir Jovanovic et Levy (1997) pour la règle de trois pour déterminer un IC unilatéral à 95 % lorsque la proportion estimée est nulle. Ce genre d'extension du CVD aux petits échantillons doit être étudié plus en profondeur. Il mérite d'être souligné que la notion de CVD se prête facilement à la généralisation au cas multidimensionnel, quoique les CVD pour les composantes intéresseront toujours les praticiens étant donné leur simplicité et leur facilité d'interprétation. En particulier, pour une estimation vectorielle $\hat{\theta}$ ayant la matrice de covariance estimée $V(\hat{\theta})$ et le vecteur de discrimination $\delta(\hat{\theta})$, le CVD multivarié peut être défini naturellement comme étant l'inverse de la forme quadratique $\delta'(\hat{\theta})\,V(\hat{\theta})^{-1}\delta(\hat{\theta})$. Le seuil pour la règle de précision peut être obtenu en partant de l'inverse du paramètre de non-centralité de la loi du khi carré que suit la statistique de test quadratique $(\hat{\theta}-\theta_0)'V(\hat{\theta})^{-1}(\hat{\theta}-\theta_0)$ lorsque l'échantillon est grand, de sorte que les niveaux de confiance et de puissance soient tous deux satisfaits.

Enfin, il convient de souligner qu'en définissant le CVD, nous avons supposé que $se(\hat{\theta})$ était de la forme $s(\hat{\theta})/\sqrt{n}$. En pratique, il est fréquent que $se(\hat{\theta})$ n'ait pas cette forme simple. Par exemple, cette situation se présente en cas de données en grappes ou d'enquêtes par sondage complexes. Toutefois, il est encore possible d'utiliser approximativement cette forme simple après ajustement au moyen d'un facteur multiplicatif défini comme étant la racine carrée de l'effet de dispersion ou de l'effet de plan que l'on peut estimer d'après des données antérieures et traiter comme étant connu. Dans l'application de la NSDUH qui a donné lieu à la présente étude, les proportions estimées pour la prévalence de la consommation de drogue présentent un intérêt par rapport à d'autres estimations. Quoique la variance binomiale ne soit pas directement applicable à cause du plan d'échantillonnage complexe, on peut utiliser l'hypothèse binomiale en faisant les ajustements de manière appropriée à l'aide de l'effet de plan. De façon plus générale, pour toute estimation de ratio comprise entre 0 et 1, le CVD peut être appliqué aux proportions sous l'hypothèse binomiale à condition d'apporter un ajustement approprié pour l'effet de dispersion.

REMERCIEMENTS

Les travaux du premier auteur ont été financés partiellement par le CRSNG du Canada aux termes d'une subvention d'exploitation individuelle détenue à l'Université Carleton qui lui a été décernée à titre de professeur-chercheur auxiliaire. La plus grande partie de ces travaux ont été achevés lorsque le premier auteur travaillait à RTI. Les auteurs remercient Moshe Feder, Jim Chromy et Ralph Folsom, de RTI International de leurs discussions constructives et Art Hughes, de SAMHSA, Washington, DC, de son soutien et de ses encouragements.

RÉFÉRENCES

Chromy, J. R. (2001), "Suppression rules for prevalence rates and other estimates", Memorandum to SAMHSA (Substance Abuse and Mental Health Services administration), Washington, DC, May 14.

Folsom, R.E., Jr. (1991), "A sensible alternative to the 50% suppression rule for NHSDA prevalence estimates", Memorandum to Elizabeth Lambert, SAMHSA, May 30.

Jovanovic, B.D. et Levy, P.S. (1997). "A look at the rule of three", *American Statistician*, 51, 137-139.

Kish, L. (1965). *Survey Sampling*, John Wiley and Sons, NY.

Kupper, L.L. et Hafner, K.B. (1989). "How appropriate are popular sample size formulas?", *The American Statistician*, Vol.43, No2, 101-105.

Figure 1(a) $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CV(\hat{p})$

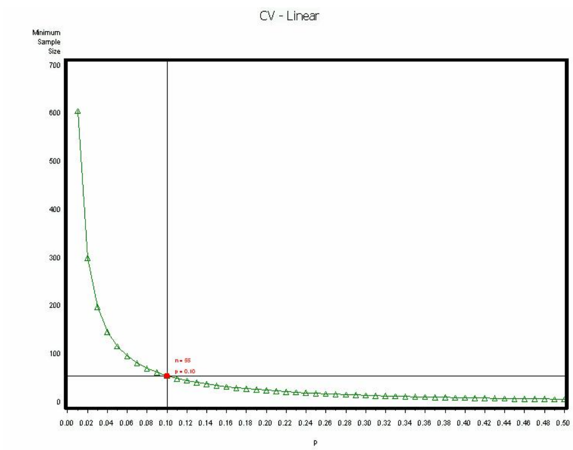

Figure 1(b) IC à 95 % avec $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CV(\hat{p})$

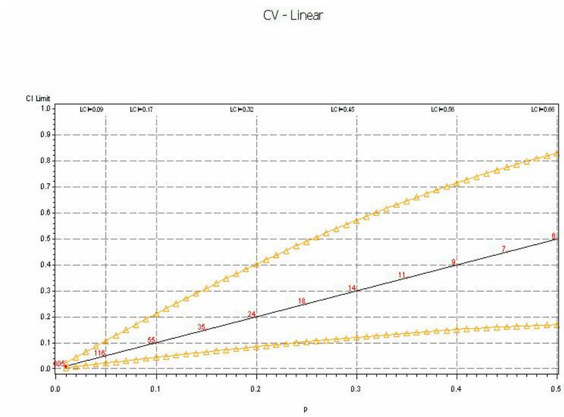

Figure 2(a) $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CV(\log\,\hat{p})$

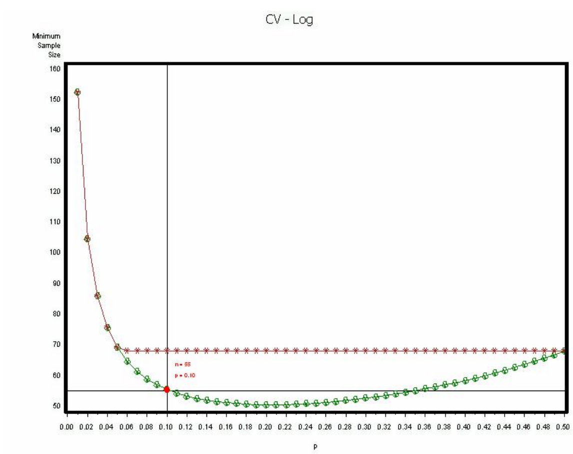

Figure 2(b) IC à 95 % avec $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CV(\log\,\hat{p})$

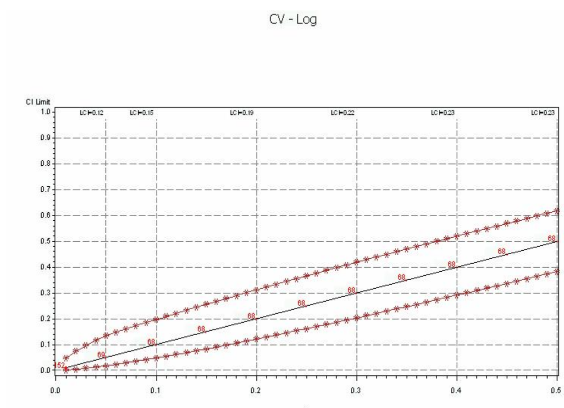

Figure 3(a) $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CVD(\log it\ \hat{p})$

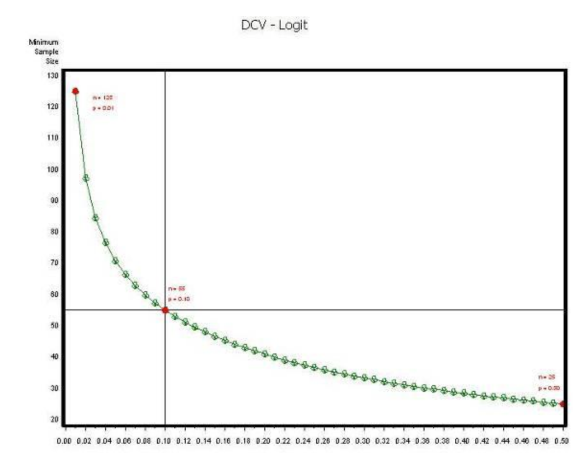

Figure 3(b) IC à 95 % avec $n_{\min}(\hat{p})$ sous la règle $CVD(\log it\ \hat{p})$