

Nouvelle méthode visant à limiter le nombre d'ondulations indésirables et les corrections lors de l'estimation de la tendance-cycle au moyen du modèle X-11-ARMMI

ESTELA BEE DAGUM¹

RÉSUMÉ

L'estimation de la tendance-cycle par la méthode X-11-ARMMI est souvent effectuée en appliquant le filtre de Henderson à 13 termes à des données désaisonnalisées, modifiées par des valeurs extrêmes. Cependant, ce filtre produit dans la courbe tendance-cycle finale ou «historique» un grand nombre d'ondulations indésirables qui sont interprétées, erronément, comme des points de retournement. L'utilisation d'un filtre de Henderson plus long, tel que celui à 23 termes, n'est pas une solution, car ce filtre retarde la détection des points de retournement, donc, ne convient pas pour les analyses économiques et commerciales courantes. L'auteure propose une nouvelle méthode d'utilisation du filtre de Henderson à 13 termes ayant l'avantage de i) diminuer le nombre d'ondulations indésirables, ii) réduire l'importance des corrections apportées aux valeurs préliminaires et iii) ne pas augmenter le décalage avec lequel sont décelés les points de retournement. Les résultats de l'application de la méthode à neuf indicateurs avancés de l'Indice composite canadien des indicateurs avancés sont présentés à titre d'illustration.

MOTS CLÉS: Tendance-cycle; X-11-ARMMI; points de retournement; indicateurs économiques avancés.

1. INTRODUCTION

L'estimation de la tendance-cycle par la méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI (Dagum 1980, 1988), ainsi que par la variante X-11 du U.S. Bureau of the Census (Shiskin, Young et Musgrave 1967), est effectuée au moyen de filtres linéaires élaborés par Henderson (1916). Les filtres sont appliqués à des séries désaisonnalisées dont les données irrégulières sont modifiées pour tenir compte des valeurs extrêmes. La longueur du filtre est sélectionnée automatiquement, d'après des valeurs spécifiques du ratio signal/bruit (I/S), le filtre à 13 termes étant choisi le plus couramment.

La question de l'estimation de la tendance-cycle a été étudiée par plusieurs auteurs, dont Rhoades (1980), Cholette (1981, 1982), Kenny et Durbin (1982), Castles (1987), Dagum et Laniel (1987), Cleveland, Cleveland, McRae et Terpenning (1990), Wallgren et Wallgren (1990), Gray et Thomson (1990), Findley et Monsell (1990), Scott (1990), et Kenny (1993). Cependant, la plupart des bureaux de la statistique (sauf l'Australian Bureau of Statistics) se concentrent avant tout sur la publication de données désaisonnalisées, quelques-uns seulement fournissant des renseignements sur la tendance-cycle, ordinairement sous forme graphique.

Plusieurs raisons poussent les bureaux de la statistique à limiter la publication d'estimations de la tendance-cycle. En général, les séries désaisonnalisées sont déjà suffisamment lisses pour donner une indication claire de la tendance à court terme. Dans le cas des séries très volatiles, qui exigent un lissage supplémentaire, les principales objections à l'estimation de la tendance-cycle sont: 1) l'ampleur de la correction des valeurs les plus récentes (en général, beaucoup plus importante que pour les estimations

désaisonnalisées correspondantes) et 2) la présence de cycles courts ou ondulations (cycles de 9 et 10 mois) dans la courbe finale de la tendance-cycle quand on utilise le filtre de Henderson à 13 termes. À cet égard, Kenny (1993) argumente que la présence d'ondulations dans les estimations finales de la tendance-cycle provoque la détection d'un grand nombre de faux points de retournement, phénomène qui rend le filtre à 13 termes inapproprié pour la surveillance des renversements de cycle. Il propose l'utilisation du filtre de Henderson à 23 termes en vue d'obtenir une courbe beaucoup plus lisse. Cependant, il est bien connu que ce filtre plus long retarde la détection des points de retournement, donc, ne convient pas aux analyses économiques et commerciales courantes. Pour ce type d'analyse, le filtre de Henderson à 13 termes est préférable. Toutefois, il présente l'inconvénient de produire des ondulations susceptibles d'être interprétées erronément comme des points de retournement.

La présente étude vise principalement à proposer une méthode d'utilisation du filtre de Henderson à 13 termes ayant l'avantage de 1) réduire le nombre d'ondulations indésirables, 2) limiter l'ampleur des corrections apportées aux estimations les plus récentes quand de nouvelles observations sont ajoutées à la série et 3) ne pas augmenter le décalage avec lequel sont décelés les points de retournement.

2. FILTRES EN CASCADE POUR L'ESTIMATION DE LA TENDANCE-CYCLE

Le filtre de Henderson à 13 termes est celui choisi le plus fréquemment. Combiné aux filtres saisonniers type (moyennes mobiles à 5 et à 7 termes), il donne un filtre en

¹ Estela Bee Dagum, Faculté des sciences statistiques, Université de Bologne, Via delle Belle Arti 41, (40126) Bologne, Italie.

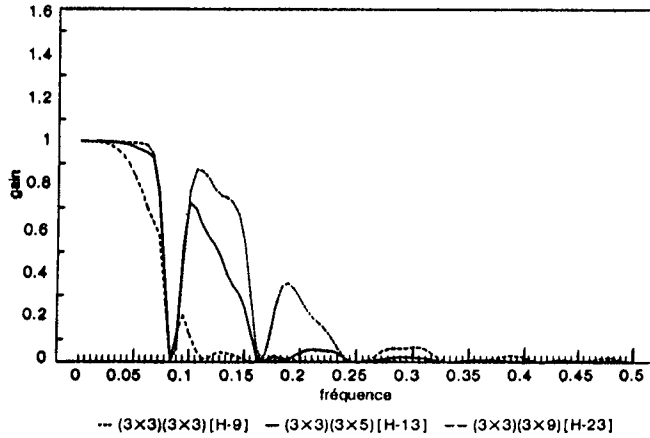


Figure 1. Filtres en cascade symétriques pour l'estimation de la tendance-cycle.

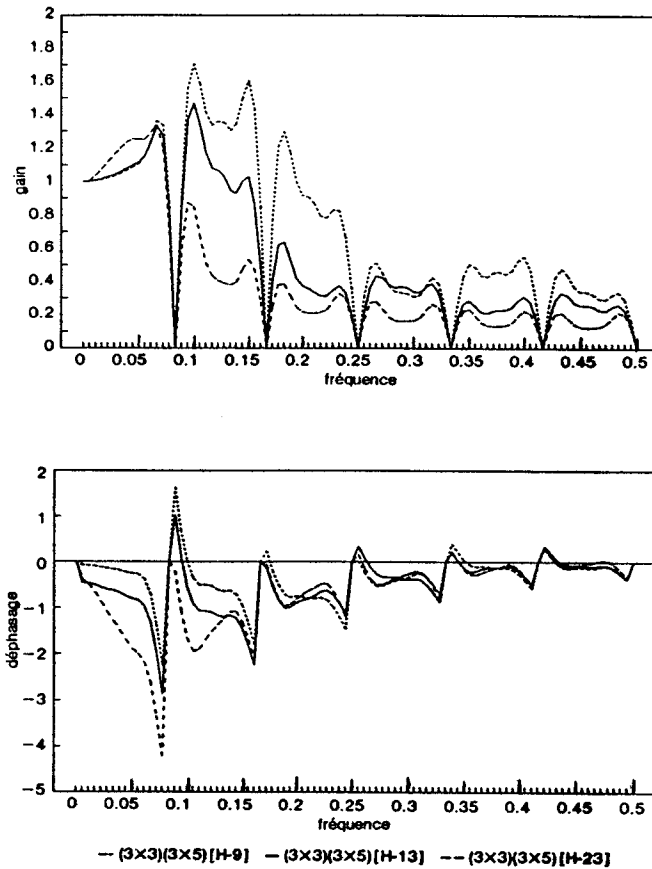


Figure 2. Filtres en cascade concurrents de la tendance-cycle. Moyenne mobile saisonnière type combiné aux trois filtres de Henderson.

cascade symétrique applicable aux valeurs finales ou centrales (au moins quatre années à partir de chaque extrémité de la série) produisant une amélioration de l'ordre de celle illustrée à la figure 1.

La figure 1 montre aussi les améliorations obtenues avec d'autres convolutions de filtres, nommément 1) des filtres saisonniers courts combinés au filtre de Henderson à 9 termes et 2) des filtres saisonniers longs combinés au

filtre de Henderson à 23 termes. Manifestement, aucun des filtres en cascade utilisés pour estimer la tendance-cycle, particulièrement ceux contenant le filtre de Henderson à 9 ou à 13 termes, ne supprime les cycles de 9 ou 10 mois (bande de fréquences de 0.08 à 0.16). En fait, le filtre en cascade symétrique obtenu au moyen du filtre de Henderson à 9 termes laisse passer environ 90% de l'amplitude de ces cycles courts; ceux contenant le filtre à 13 ou à 23 termes laissent passer 72% et 21%, respectivement.

Si on applique les filtres concurrents de la tendance-cycle aux observations les plus récentes, on observe un sommet encore plus élevé dans la bande de fréquences qui correspond aux cycles de 9 et de 10 mois (figure 2). En outre, ces filtres asymétriques produisent tous un déphasage, pratiquement de deux mois pour le filtre à 23 termes, d'un mois pour celui à 13 termes et d'un demi-mois pour celui à 9 termes.

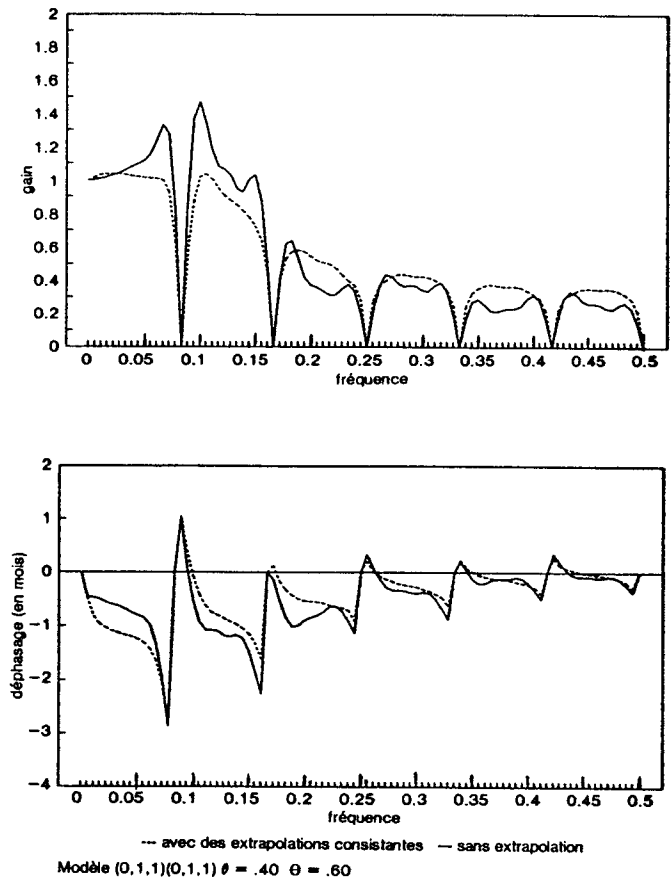


Figure 3. Filtres en cascade concurrents de la tendance-cycle, $(3 \times 3)(3 \times 5)[H - 13]$, avec et sans extrapolations ARMMI.

La figure 3 montre que, quand on utilise des extrapolations ARMMI, les gains obtenus au moyen du filtre en cascade concurrent (contenant le filtre de Henderson à 13 termes) se rapprochent de ceux produits par les filtres symétriques, moyennant toutefois une légère augmentation du déphasage. Les extrapolations sont celles d'un modèle ARMMI $(0,1,1)(0,1,1)_s$ où le paramètre ordinaire à moyennes mobiles est $\theta = 0.40$ et le paramètre saisonnier à moyennes mobiles est $\Theta = 0.60$.

Le gain et le déphasage obtenus avec ce filtre concourant de la tendance-cycle, qui ne sont pas illustrés faute d'espace, se situent entre ceux produits par les deux autres combinaisons.

Dans le cas d'extrapolations ARMMI, le gain produit par le filtre concourant converge rapidement vers la valeur finale. Dagum et Laniel (1987) montrent qu'après l'ajout de trois observations supplémentaires à la série, le gain obtenu avec le filtre asymétrique est très proche de celui obtenu avec le filtre symétrique. Les propriétés de ces filtres de la tendance-cycle sont également examinées en détail par Dagum, Chhab et Chiu (1993 et 1996).

Le filtre de Henderson à 13 termes produit des ondulations dans l'estimation finale de la tendance-cycle uniquement si les données entrées dans le filtre, c.-à-d. la série désaisonnalisée dont on a remplacé les valeurs extrêmes, présentent une certaine amplitude pour la bande de fréquences de 0.08 à 0.16.

Dans la plupart des cas empiriques, la présence d'ondulations indésirables s'observe pour des périodes de grande volatilité durant lesquelles les données observées sont influencées surtout par des valeurs aberrantes qui peuvent être interprétées erronément comme des points de retournement du cycle. Bien que les séries désaisonnalisées soient corrigées pour tenir compte des valeurs extrêmes, il est nécessaire de les lisser davantage, soit en appliquant un filtre de Henderson plus long, soit en effectuant plus strictement la correction des valeurs extrêmes. Afin de bénéficier de la plus grande rapidité de détection des points de retournement qu'offre un filtre court, la seconde méthode est celle choisie ici.

À l'heure actuelle, les limites implicites sur lesquelles on se fonde pour corriger les valeurs extrêmes qui influent sur la série désaisonnalisée sont fixées à ± 1.5 sigma et ± 2.5 sigma. On attribue un poids nul aux valeurs situées au-delà de ± 2.5 sigma et un poids égal à un à celles situées en deçà de ± 1.5 sigma. Aux valeurs irrégulières comprises entre ± 2.5 sigma et ± 1.5 sigma, on attribue un poids fractionnaire qui varie linéairement de zéro à un.

3. NOUVELLE MÉTHODE

La nouvelle méthode proposée consiste essentiellement 1) à étendre la série désaisonnalisée lissée (modifiée par des valeurs extrêmes ayant un poids nul) au moyen d'extrapolations ARMMI, et 2) à appliquer le filtre de Henderson à 13 termes à la série étendue en fixant des limites standardisées plus strictes pour repérer et corriger les valeurs extrêmes.

L'expérimentation avec des données réelles montre que le spectre d'amplitude de la série désaisonnalisée n'est réduit radicalement aux fréquences variant de 0.8 à 0.16 que si on fixe des limites standardisées strictes, telles que ± 0.7 sigma et ± 1.0 sigma. Dans ces conditions, la courbe de la tendance-cycle obtenue quand on applique le filtre de Henderson à 13 termes ne présente pas d'ondulations indésirables, mais permet toujours de déceler rapidement les points de retournement. Si on émet l'hypothèse que la

distribution est normale, ces nouvelles limites standardisées impliquent que 48% des valeurs irrégulières seront modifiées, 32% recevront un poids nul, et 16%, un poids fractionnaire variant de zéro à un.

L'extension de la série désaisonnalisée lissée au moyen d'extrapolations ARMMI est nécessaire pour diminuer la correction des estimations les plus récentes de la tendance-cycle.

Si on se sert du modèle X-11-ARMMI ou X11, l'application de la nouvelle méthode doit comporter les deux étapes suivantes:

- 1) La meilleure série désaisonnalisée possible est produite en choisissant les options les plus appropriées pour l'estimation des composantes, c'est à dire la saisonnalité, la tendance-cycle, les variations des jours commerciaux et les effets de Pâques, plus les valeurs antérieures permanentes et temporaires, le cas échéant. Les valeurs désaisonnalisées sont présentées au tableau D11. La série désaisonnalisée, corrigée pour tenir compte des valeurs extrêmes de poids nul repérées conformément aux limites standardisées implicites, figure au tableau E2. Si on modifie les estimations de la série désaisonnalisée publiée pour l'année courante conformément à des méthodes de correction particulières, il faut traiter de nouveau la série révisée au moyen du programme X-11-ARMMI pour obtenir les données de sortie correspondant au tableau E2.
- 2) La série de données de sortie du tableau E2 est étendue d'une année grâce à des données extrapolées au moyen d'un modèle ARMMI. Le modèle (0,1,1) (0,0,1) se révèle adéquat pour nombre de séries réelles. Bien que les données du tableau E2 soient désaisonnalisées, l'emploi du paramètre saisonnier à moyennes mobiles (dont la valeur est souvent très faible) est nécessaire pour tenir compte de certaines autocorrélations saisonnières. On traite ensuite la série étendue au moyen du programme X-11-ARMMI, en choisissant l'option de mesures sommaires et en appliquant des limites standardisées strictes (± 0.7 sigma et ± 1.0 sigma) ainsi que le filtre de Henderson à 13 termes. Les estimations de la tendance-cycle ainsi obtenues figurent au tableau D12.

4. RÉSULTATS EMPIRIQUES

La nouvelle méthode d'estimation de la tendance-cycle est testée au moyen de neuf séries tirées de l'Indice composite canadien des indicateurs avancés. Dans la version dite «filtrée» de l'Indice composite des indicateurs avancés publiée par Statistique Canada, on lisse chaque série constitutive, ainsi que l'Indice, en appliquant aux données désaisonnalisées des filtres asymétriques fondés sur le modèle ARMMI élaboré par Rhoades (1980). Les propriétés spectrales de ces filtres ARMMI de la tendance-cycle sont similaires à celles des points extrêmes des filtres de Henderson à 9, à 13 ou à 23 termes, selon le modèle ARMMI choisi. La comparaison des résultats obtenus avec les filtres ARMMI à ceux observés en appliquant la

nouvelle méthode sort du cadre de la présente étude, mais il est vraisemblable que les seconds seraient également meilleurs (consulter Cholette 1982). La plupart des séries choisies sont extrêmement volatiles et mènent toutes à des points de retournement du cycle économique. Les séries étudiées sont les suivantes:

- Indice du cours des actions TSE300
- Indice du logement (IL)
- Offre de monnaie (M1)
- Emploi dans les services aux personnes et aux entreprises (ESPE)
- Durée hebdomadaire du travail dans le secteur de fabrication (DHTF)
- Ventes au détail de meubles et d'articles ménagers (VDMAM)
- Ventes au détail d'autres biens durables (VDBD)
- Nouvelles commandes de biens durables (NCBD)
- Ratio des livraisons aux stocks (RLS).

Les avantages de la nouvelle méthode comparativement à la méthode X-11-ARMMI utilisée actuellement sont évalués en regard des points suivants.

4.1 Réduction du nombre d'ondulations dans les estimations finales de la tendance-cycle

Afin de calculer la réduction du nombre d'ondulations, nous commençons par donner la définition d'un point de retournement dans le contexte des données de la tendance-cycle. On définit ordinairement un point de

retournement comme un point t dans le temps où une des observations d'une série, disons Y_t , a une valeur plus élevée (ou plus faible) que les k observations précédentes et les m observations subséquentes, ou est égale à celles-ci. Autrement dit,

$$Y_{t-k} \leq \dots \leq Y_{t-1} > Y_t \geq Y_{t+1} \geq \dots \geq Y_{t+m}$$

définit le passage à une phase descendante, et

$$Y_{t-k} \geq \dots \geq Y_{t-1} < Y_t \leq Y_{t+1} \leq \dots \leq Y_{t+m}$$

le passage à une phase ascendante.

En ce qui concerne les séries désaisonnalisées ou les données sur la tendance-cycle, il n'existe pas de consensus quant aux valeurs de k et de m qui définissent un point de retournement. Rhoades (1980) considère qu'un point de retournement est atteint quand $k = 1$ et $m = 0$; Wecker (1979) définit un point de retournement comme la deuxième d'au moins deux baisses ou hausses successives, c.-à-d. $k = 2$ et $m = 2$, et d'autres, dont Zellner, Hong et Min (1991), LeSage (1991), et Pfeffermann et Bleuer (1992) choisissent $k = 3$ et $m = 0$. Ces définitions des points de retournement ne correspondent pas nécessairement à celles utilisées pour l'analyse des cycles économiques, mais n'importe laquelle permet de calculer le nombre d'ondulations, à condition que deux points de retournement (un passage à la baisse et un passage à la hausse) surviennent durant une période de 10 mois ou moins. Nous considérons ici qu'un point de retournement survient quand $k = 3$ et $m = 0$, car les données sur la tendance-cycle sont déjà très lisses.

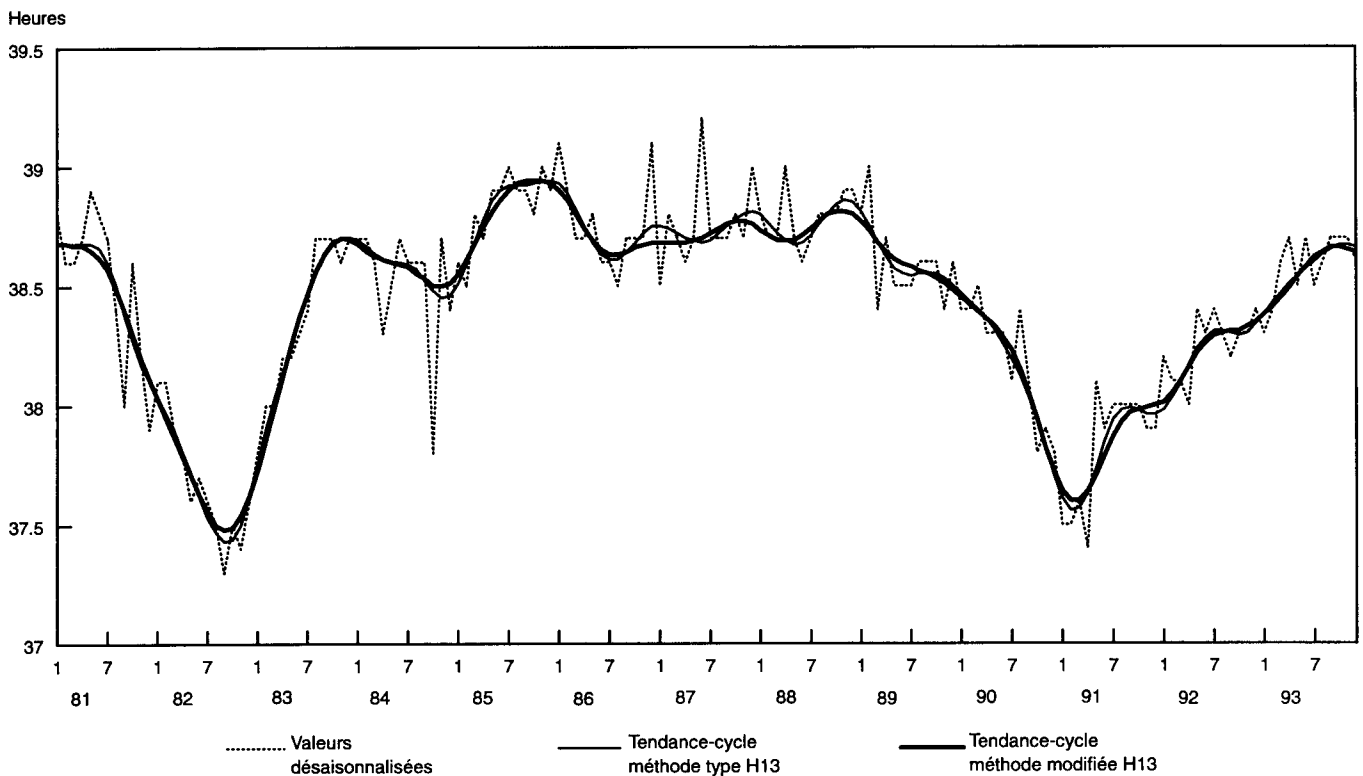


Figure 4. Durée hebdomadaire du travail dans le secteur de fabrication.

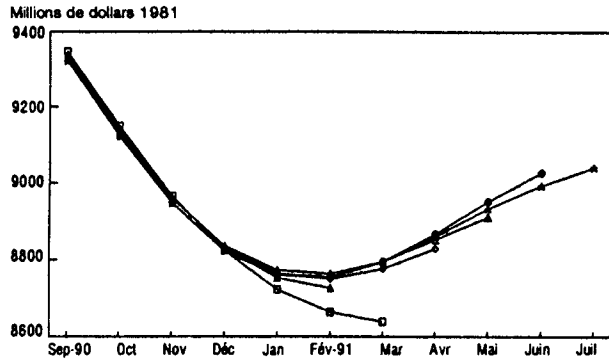


Figure 6a. Nouvelles commandes de biens durables. Évolution de la correction de l'estimation selon la méthode modifiée de la tendance-cycle H13.

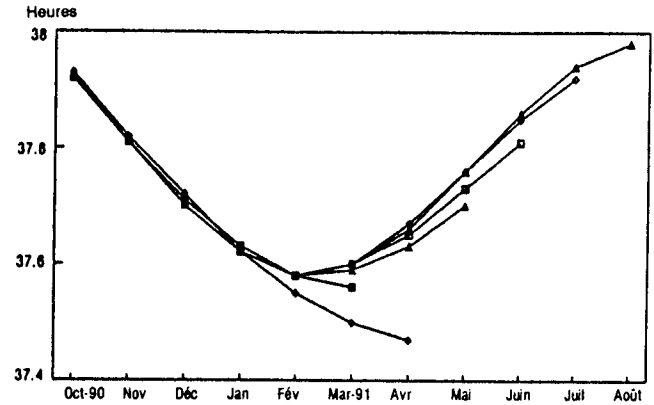


Figure 7b. Durée hebdomadaire de travail dans le secteur de fabrication. Évolution de la correction de l'estimation selon la méthode type de la tendance-cycle H13.

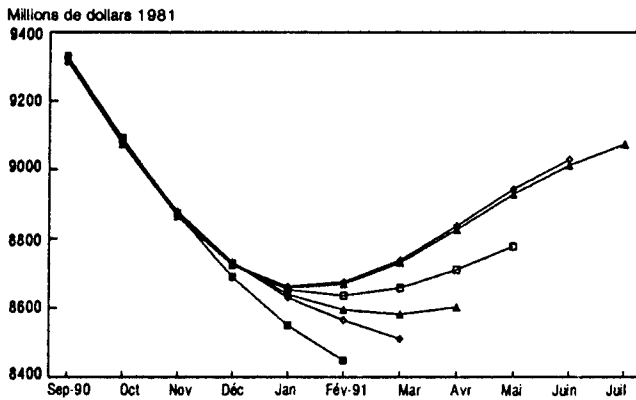


Figure 6b. Nouvelles commandes de biens durables. Évolution de la correction de l'estimation selon la méthode type de la tendance-cycle H13.

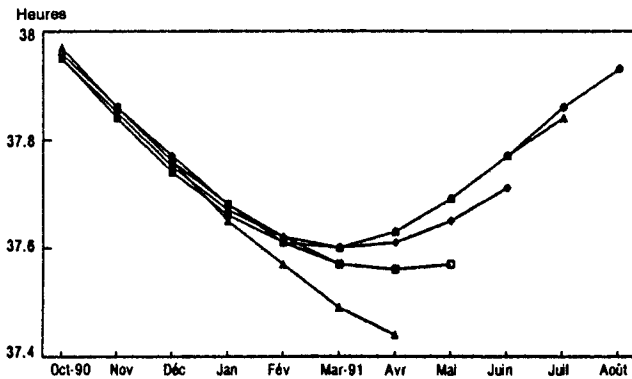


Figure 7a. Durée hebdomadaire de travail dans le secteur de fabrication. Évolution de la correction de l'estimation selon la méthode modifiée de la tendance-cycle H13.

expliquées par les données sous-jacentes qui semblent signaler une baisse croissante contredite par les valeurs suivantes.

Les figures 7a. et 7b., qui correspondent à la Durée hebdomadaire du travail dans le secteur de la fabrication, indiquent que le point de retournement de février-mars 1991 est décelé avec un décalage de trois mois par les deux méthodes.

4.3 Diminution de la correction des estimations concourantes de la tendance-cycle

La réduction de la correction totale des estimations les plus récentes de la tendance-cycle, qui sont de nature provisoire, est un autre aspect important dont il faut tenir compte. Théoriquement, on obtient l'estimation finale de la tendance-cycle après avoir ajouté quatre années de données à la série, mais les corrections deviennent très petites après l'ajout des données de trois mois.

Le tableau 2 montre le pourcentage moyen absolu de correction des estimations concourantes de la tendance-cycle durant une période de quatre ans allant de janvier 1988 à décembre 1991. Les résultats indiquent que, dans six des neuf cas analysés, la correction totale des valeurs concourantes de la tendance-cycle est beaucoup plus faible pour la méthode modifiée que pour la méthode type, et qu'elle n'est légèrement plus importante que dans deux cas.

Tableau 2

Pourcentage moyen absolu de correction totale des valeurs concourantes de la tendance-cycle au moyen du filtre de Henderson à 13 termes

Séries	Méthode type (1)	Méthode modifiée (2)	Rapport (2)/(1)
NCBD	1.55	1.10	0.73
VDMAM	0.62	0.47	0.76
VDBD	0.77	0.62	0.80
RLS	0.87	0.70	0.80
DHTF	0.13	0.12	0.92
TSE300	1.12	1.07	0.95
M1	0.35	0.35	1.00
IL	2.09	2.20	1.05
ESPE	0.40	0.42	1.05

et ainsi de suite. Le point de retournement est reconnu en avril, après deux mois, tandis qu'en appliquant la méthode type, sa détection prend trois mois, comme l'illustre la figure 6b. En outre, les figures 6a. et 7a. montrent que les estimations révisées successives de la tendance-cycle restent généralement très proches des valeurs finales. Les lignes qui font saillie, indiquant une correction importante, sont

5. CONCLUSION

L'article vise à présenter une nouvelle méthode d'estimation de la tendance-cycle au moyen du filtre de Henderson à 13 termes ayant l'avantage de i) diminuer le nombre d'ondulations indésirables dans la courbe finale de la tendance-cycle, ii) réduire l'importance des corrections apportées aux valeurs concourantes préliminaires, et iii) ne pas augmenter le décalage de temps avec lequel sont décelés les points de retournement.

La nouvelle méthode consiste essentiellement à étendre la série désaisonnalisée lissée (modifiée par des valeurs extrêmes de poids nuls) d'une année au moyen d'extrapolations fondées sur le modèle ARMMI, puis, à appliquer le filtre de Henderson à 13 termes en fixant des limites standardisées strictes pour repérer et corriger les valeurs aberrantes.

L'application de la méthode à neuf séries tirées de l'Indice composite canadien des indicateurs avancés donne des résultats très satisfaisants.

REMERCIEMENTS

Le présent article se fonde sur des travaux financés par Statistique Canada. Toutefois, les opinions exprimées sont celles de l'auteure et ne reflètent pas nécessairement celles de l'organisme. J'exprime ma gratitude à Marietta Morry et à Norma Chhab, du Centre de recherche et d'analyse en séries chronologiques, pour les innombrables discussions enrichissantes que nous avons eues et pour leur collaboration aux travaux qui ont mené à la publication de cet article. Je remercie également un évaluateur anonyme pour les commentaires précieux qu'il a faits au sujet d'une version antérieure.

BIBLIOGRAPHIE

- CASTLES, I. (1987). A Guide to Smoothing Time Series Estimates of Trend. N° 1316.0 au catalogue, Australian Bureau of Statistics.
- CHOLETTE, P.A. (1981). A comparison of various trend-cycle estimators. Dans *Time Series Analysis*. (O.D. Anderson et M.R. Perryman, Édés). Amsterdam: North-Holland, 77-87.
- CHOLETTE, P.A. (1982). Comparaison de deux estimateurs des cycles économiques. Document de recherche n° 82-09-OOIF, Centre de recherche et d'analyse en séries chronologiques, Statistique Canada.
- CLEVELAND, R., CLEVELAND, W.S., McRAE, J.E., et TERPENNING, I. (1990). STL: A seasonal-trend decomposition procedure based on Loess. *Journal of Official Statistics*, 6, 3-33.
- DAGUM, E.B. (1980). La méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI. N° 12-564F au catalogue. Statistique Canada.
- DAGUM, E.B. (1988). The X-11-ARIMA/88 Seasonal Adjustment Method – Foundations and User's Manual. Centre de recherche et d'analyse en séries chronologiques, Statistique Canada.
- DAGUM, E.B., et LANIEL, N. (1987). Revisions of trend-cycle estimators of moving average seasonal adjustment methods. *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 177-189.
- DAGUM, E.B., CHHAB, N., et CHIU, K. (1993). Linear properties of the X-11-ARIMA seasonal adjustment method. *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*.
- DAGUM, E.B., CHHAB, N., et CHIU, K. (1996). Derivation and properties of the Census X-11 variant and the X-11-ARIMA linear filters. *Journal of Official Statistics*, (à paraître).
- FINDLEY, D.F., et MONSELL, B.C. (1990). Comment (sur Cleveland et coll. 1990). *Journal of Official Statistics*, 6, 55-59.
- GRAY, A.G., et THOMSON, P.J. (1990). Comment (sur Cleveland et coll. 1990). *Journal of Official Statistics*, 6, 47-54.
- HENDERSON, R. (1916). Note on graduation by adjusted average. *Transactions of the Actuarial Society of America*, 17, 43-48.
- KENNY, P. (1993). Trend presentation. T02919, SMQ, Branch, Central Statistical Office, Londres, Angleterre.
- KENNY, P.B., et DURBIN, J. (1982). Local trend estimation and seasonal adjustment of economic and social time series. *Journal of the Royal Statistical Society, Série A*, 145, 1-41.
- LeSAGE, J.P. (1991). Analysis and development of leading indicators using a Bayesian turning-points approach. *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, 305-316.
- PFEFFERMANN, D., et BLEUER, S.R. (1992). Probabilistic detection of nonseasonal turning points in economic time series estimated from sample surveys. Rapport interne, Direction de la méthodologie, Statistique Canada, Ottawa.
- RHOADES, D. (1980). La conversion de l'actualité en fiabilité des séries chronologiques économiques ou filtrage des séries chronologiques économiques occasionnant un déphasage minimum. *Revue statistique du Canada*, 6-13.
- SCOTT, S. (1990). Comment (sur Cleveland et coll. 1990). *Journal of Official Statistics*, 6, 59-62.
- SHISKIN, J., YOUNG, A.H., et MUSGRAVE, J.C. (1967). The X-11 Variant of Census Method II Seasonal Adjustment. Technical Paper No. 15, U.S. Bureau of the Census.
- WALLGREN, B., et WALLGREN, A. (1990). Comment (sur Cleveland et coll. 1990). *Journal of Official Statistics*, 6, 39-46.
- WECKER, W. (1979). Predicting the turning points of a series. *Journal of Business*, 52, 35-50.
- ZELLNER, A., HONG, C., et MIN, C. (1991). Forecasting turning points in international output growth rates using Bayesian exponentially weighted autoregression, time-varying parameter, and pooling techniques. *Journal of Econometrics*, 48, 275-304.